

*Електронний журнал «Ефективна економіка» включено до переліку наукових фахових видань України з питань економіки (Категорія «Б», Наказ Міністерства освіти і науки України № 975 від 11.07.2019). Спеціальності – 051, 071, 072, 073, 075, 076, 292. Ефективна економіка. 2024. № 8.*

**DOI: <http://doi.org/10.32702/2307-2105.2024.8.104>**

**УДК 336.368 (477)**

*А. А. Шірінян,  
магістр фізики, магістр фінансів,  
аспірант кафедри банківської справи та страхування, Київський  
національний економічний університет імені Вадима Гетьмана,  
аналітик департаменту прогнозування та управління, ТОВ «Сільпо-Фуд»,  
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4264-8799>*

## **ТЕСТУВАННЯ ПРАВИЛА ГІБРАТА ДЛЯ СТРАХОВОГО РИНКУ УКРАЇНИ**

*A. Shirinian  
Master of Physics, Master of Finance,  
Postgraduate student, Department of Banking and Insurance,  
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman,  
Analyst of the forecasting and management department,  
Limited Liability Company “Silpo-Food”*

## **TESTING GIBRAT’S RULE FOR THE INSURANCE MARKET OF UKRAINE**

*Правило Гібрата стверджує, що результатом зростання фірм з елементами випадковості для сукупності нормально розподілених фірм має бути логнормальний розподіл результатів, а саме зростання компанії є*

випадковим і не залежить від її розміру. Верифікацію гіпотези Гібрата для ринку страхування України дотепер поки не виконано. Метою дослідження є перевірка виконання правила Гібрата як ключової гіпотези еволюції страхового ринку України за допомогою встановлення закономірностей розвитку страхових компаній і фактичних даних по роках і побудови розподілів страховиків за розмірами активів і страхових премій. На основі даних щорічних фінансових звітів страховиків і даних НБУ виявлено, що розподіли страховиків за розмірами активів і страхових премій є нерівномірними. В рамках макроекономічного аналізу показано, що лише в окремі роки гістограми страховиків можуть бути наближено апроксимовані нормальними розподілами або логнормальними розподілами. У рамках мікроекономічного аналізу для вибірки страховиків встановлено, що для довготривалого періоду аналізу 2010-2023 правило Гібрата не знаходить підтвердження, а для недовготривалого періоду дослідження 2015-2023 в окремих випадках успішних страховиків є можливість стохастичного характеру динаміки зростання активів страховиків.

Gibrat's rule describes the dynamics of firm growth over time and posits that the growth of firms, influenced by elements of randomness, within a set of normally distributed firms, should result in a lognormal distribution of firms on sizes. Moreover, the growth rate of a firm is independent of its size at any given point in time. The verification of Gibrat's hypothesis for the insurance market of Ukraine remains incomplete. The quest for patterns and the validation of Gibrat's hypothesis in the insurance sector thus emerge as pressing scientific tasks.

**The aim** of this study is to validate the application of Gibrat's rule as a fundamental hypothesis in the evolution of the Ukrainian insurance market. This is achieved by identifying developmental patterns among insurance companies and analyzing actual data on a yearly basis. Additionally, distributions of insurers based on asset size and insurance premiums is constructed.

***The research methodology** is twofold. Firstly, it involves a macroeconomic analysis comparing the empirical distribution of insurance companies by size with both the Gaussian normal distribution and the lognormal distribution. Secondly, it incorporates a microeconomic analysis of the data, utilizing stochastic equations to model the growth of insurers in size space with noise.*

*The analysis relies on data extracted from the annual financial reports of insurers and supplementary data from the National Bank of Ukraine.*

***The results.** For the first time, the Gibrat rule has been assessed in the context of the Ukrainian insurance market. It was observed that the distribution of insurers based on asset size and insurance premiums is uneven. The macroeconomic analysis demonstrates that only in specific years can the histograms of insurers be approximately fitted by normal or lognormal distributions. On the other hand, the microeconomic analysis conducted on a sample of insurers reveals that over the long-term period from 2010 to 2023, Gibrat's rule is not substantiated. Additionally, for the shorter study period from 2015 to 2023, there are instances with successful insurers indicating the stochastic nature of insurers' asset growth dynamics.*

***Ключові слова:** правило Гібрата, страховий ринок, емпіричний аналіз, розподіл за розмірами, активи, страхові премії, нормальний розподіл, логнормальний розподіл, гістограми, стохастичне рівняння зростання, 2010-2023.*

***Keywords:** Gibrat's rule, insurance market, empirical analysis, size distribution, assets, insurance premiums, normal distribution, lognormal distribution, histograms, stochastic growth equation, 2010-2023.*

**Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями.** Питання динаміки вартості і розмірів компанії займає особливе місце в методології фінансових вимірів корпоративного зростання. У 1931 році Роберт Гібрат (R. Gibrat) у

праці «Inegalites Economiques» встановив, що розподіл французьких виробничих підприємств є схожим на логарифмічний нормальний розподіл і запропонував гіпотезу про випадковий характер темпів зростання компанії на ринку, коли приріст розміру фірми не залежить від самого розміру. Гіпотезу також почали називати правилом або законом Гібрата [1]. Актуальним і новим науково-практичним завданням є спроба перевірки виконання такого правила для ринку страхових послуг України.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Правило Гібрата формулюється так: 1) результатом зростання фірми з елементами випадковості для сукупності нормально розподілених фірм має бути логнормальний розподіл результатів, 2) зростання фірми є випадковим і не залежить від її розміру. Іншими словами, чисельність компаній в процесі еволюції на ринку має підпорядковуватись логарифмічно нормальному розподілу, на ринку буде існувати відносно небагато дуже великих фірм і багато малих. Наскільки нам відомо, верифікацію гіпотези Гібрата для українського ринку страхування поки не виконано і проблема потребує вирішення.

Емпіричні перевірки гіпотези або правила Гібрата дають неоднозначні результати. Приміром, американській дослідник Менсфілд (E. Mansfield) встановив, що сталеливарна, нафтова і шинна галузі США не підкоряються закону Гібрата. Автор отримав розмірний ефект зростання фірм: великі фірми зростали повільніше, ніж малі [2, с. 1025]. Аналогічний результат був одержаний в інших працях [3, с. 118; 4, с. 249].

Інший вчений, Б. Йованович (B. Jovanovic), на основі аналізу емпіричних даних показав, що в короткостроковій перспективі спостерігається відхилення від правила Гібрата, а в довгостроковій перспективі – правило Гібрата працює [5, с. 649].

Л. Естевес (L. Esteves) виконав перевірку гіпотези Гібрата для бразильських фірм і обґрунтував, що зростання менших компаній

відбувається більш швидкими темпами, що протирічить правилу Гібрата [6, с. 5].

Український дослідник, Е. Шірінян, проаналізував банківський сектор України і на основі емпіричних даних для всіх банків у період 2014-2023 років показав, що закон Гібрата для банків України не виконується. Водночас автор показав, що спостерігається тенденція до поступового наближення розподілів за доходами до логнормального типу [7, с. 279].

В роботі українських авторів О. Гетмана, В. Дубровського, В. Черкашина здійснено обрахунок доходів ФОП – платників єдиного податку 1, 2, 3 груп на основі припущення про існування логнормального розподілу ФОП за гіпотезою Гібрата. Водночас, реальні розподіли ФОП не відповідали нормальному чи логнормальному розподілам [8, с. 57].

В праці Л. В. Шірінян для даних 2005-2012 років аргументовано можливість існування зони високої рентабельності страховиків України для розмірів активів близько 60 млн грн [9, с. 256]. Авторка припустила можливість переходу від розподілу за розмірами страховиків з одним максимумом близько 10 млн грн до бімодального розподілу з другим максимумом близько 60 млн грн зони високої рентабельності активів. Тому актуальним завданням є перевірка такого прогнозу. Водночас, в іншому дослідженні виконано аналіз страхового ринку Німеччини і за допомогою регресійного аналізу на основі звітних даних компаній для 2007-2016 років аргументовано існування впливу розміру активів лише на фінансовий результат (прибуток) страховиків і відсутність кореляцій між активами і показником рентабельності активів [10, с. 47]. Це доводить необов'язковість зв'язку розмірів і ефективності діяльності страховиків.

**Формулювання цілей статті.** Метою дослідження є перевірка правила Гібрата як ключової гіпотези для страхового ринку України за допомогою встановлення закономірностей розвитку страхових компаній і фактичних даних по роках і побудови розподілів страховиків за розмірами активів і страхових премій.

**Методологія дослідження.** Перевірку правила Гібрата здійснюють двома способами: і) через макроекономічний аналіз порівняння емпіричного розподілу компаній за розмірами з розподілом Гауса або з логарифмічно нормальним [11-13], ii) через мікроекономічний аналіз і рівняння зростання розміру компанії (стохастичного диференціального рівняння дифузії в просторі розмірів з шумом) і динамічні регресійні моделі, що приводять до логарифмічно нормального розподілу для сукупності рівнянь [14-16]. Ми використаємо послідовно обидва способи для верифікації гіпотези. В якості розміру страховика і випадкової величини ми розглядаємо величину активу, А, або страхових премій, СП.

*Інформаційною базою* для аналізу слугували щорічні офіційні звітні дані (звіти про фінансовий стан і фінансові результати) страховиків, що публікуються Національним банком України (НБУ) та на офіційних сайтах страховиків [17-18]. Часовий інтервал аналізу охоплює 2010-2023 роки.

## **Викладення основного матеріалу дослідження**

### **Макроекономічний опис**

З точки зору макроекономічного опису, у разі виконання гіпотези Гібрата в українських реаліях, страхові компанії мають розподілятися на ринку страхових послуг України логнормально або логнормально за розмірами активів або страховими преміями. Наявність нормального або іншого відомого розподілу має підтвердити незалежність (випадковість) активів або страхових премій.

Нагадаємо, що нормальний розподіл (або розподіл Гауса) для випадкової величини  $X$  має середнє значення,  $\mu$ , дисперсією,  $\sigma^2$ , і визначається за допомогою функції густини імовірності,  $f(X)$ , наступним чином [19-20]:

$$f(X) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), & X \geq 0 \\ 0, & X \leq 0 \end{cases}. \quad (1)$$

Випадкова величина  $X$  буде активом,  $A$ , або страховою премією,  $СП$ . Тоді середнє значення є рівним  $\mu = A_{\text{сер}}$  або  $\mu = СП_{\text{сер}}$ , а дисперсія  $\sigma^2 = D = E[(X - \mu)^2]$  є математичним очікуванням квадратичних відхилень  $(X - \mu)^2$ ,  $\sigma$  – величина стандартного відхилення.

Вираз для логнормального розподілу випадкової величини із середнім значенням  $\mu$  і дисперсією  $\sigma^2$  запишеться наступним чином [19-20]:

$$f_{\log}(X) = \begin{cases} \frac{1}{X\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(X) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), & X \geq 0 \\ 0, & X \leq 0 \end{cases}. \quad (2)$$

Тут  $\mu$  є середнє значення логарифму випадкової величини  $\ln(X)$ , дисперсія  $\sigma^2 = E[(\ln(X) - \mu)^2]$  є очікуванням всіх квадратичних відхилень  $(\ln(X) - \mu)^2$ .

Подальший макроекономічний аналіз полягає у перевірці фактичних розподілів страховиків за розміром активів чи премій і порівнянні з теоретичним наближенням (1) – нормальним розподілом або (2) – логарифмічно нормальним розподілом, передбаченим правилом Гібрата.

### **Результати макроекономічного підходу**

Спочатку ми припускаємо, що актив страховика є випадковою величиною і оберемо його в якості величини  $X=A$  за певний рік. Позначимо кількість страховиків на ринку в певному році як  $N$ .

За даними по всіх страховиків ми можемо впорядкувати всі активи  $A$  за величиною. Після такої процедури ми поділімо активи на рівномірні інтервали (далі як  $h$ ). Інтервал  $h$  слугує кроком поділу для наявного набору даних і може бути визначений за формулою рівномірного поділу:

$$h = (\max A - \min A) / m \quad (3)$$

Тут  $\max A$  – максимальна величина активу страховика для обраної вибірки,  $\min A$  – мінімальне значення активу страховика для обраної вибірки,  $m$  – кількість інтервалів поділу.

Потім для кожного підінтервалу  $[A_{\min} + (i-1)h, A_{\min} + ih]$ , номером  $i$  від 1 до  $m$  ми визначаємо кількість страховиків, активи яких належать даному підінтервалу. На завершальній стадії обробки даних ми будемо гістограми-

розподіли за розмірами і наводимо апроксимацію гістограм нормальним розподілом.

**Результати дослідження для активів.** Розглянемо спочатку результати на прикладі 2023 року. Станом на 1 листопада 2023 року на ринку страхування здійснювали діяльність 108 страховиків [17-18]. Активи страховиків варіювались досить суттєво: від  $\max A = 7,296$  млрд грн у ПрАТ «МетЛайф» до  $\min A = 32,505$  млн грн у ТДВ «СК «Професійне Страхування». Середнє значення активів на ринку визначали поділом всіх активів на кількість страховиків, що становило для 2023 року  $A_{\text{сер}} = 680$  млн грн. За формулою (3) можна обрати кількість інтервалів,  $m$ , для величин активів. Приміром, якщо обрати  $m = 100$ , то крок  $h = 72,6$  млн грн за формулою (3).

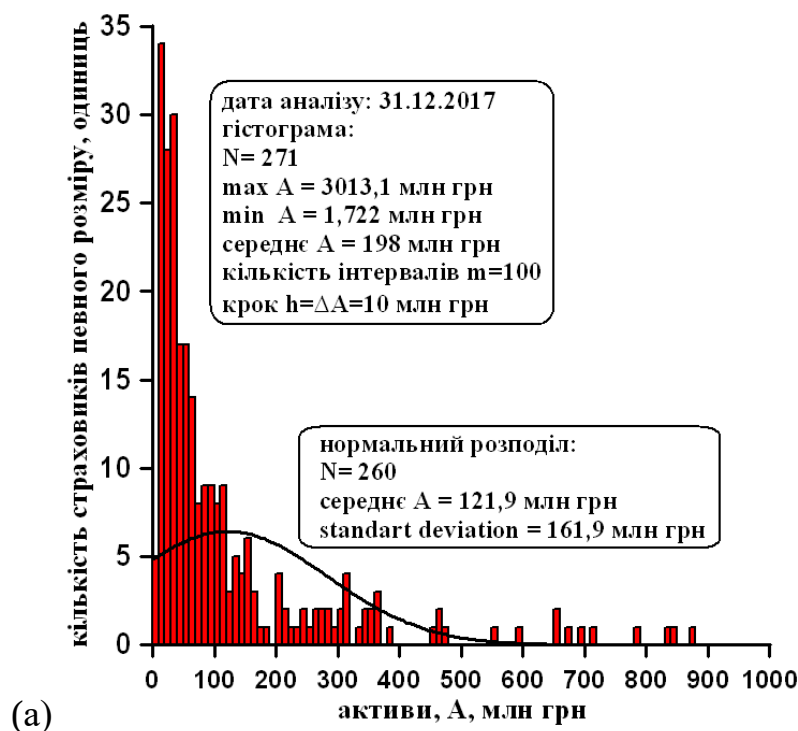
Для візуалізації результатів ми наводимо типовий розподіл страховиків на ринку на прикладі 2017 і 2023 років (рис. 1):  $N = 271$  для 2017 року,  $N = 108$  для 2023 року. На рис. 1а показано фактичний розподіл всіх діючих страховиків на ринку у 2017 році. На рис. 1б наведено гістограми розподілів за розмірами страховиків для 2023 року в межах активів від 0 до 4800 млн грн (не показано для зручності завеликі активи праворуч до 7296 млн грн, оскільки розподіл страховиків за розмірами є нерівномірним). Для обраних років побудовано апроксимації – нормальні розподіли за розмірами (суцільні криві на графіках).

Отримані розподіли на рис. 1 свідчать про нерівномірний розподіл страховиків за розмірами. На ринку страхування є велика кількість малих страховиків і мала кількість великих страховиків. Це підтверджується і для всіх інших років, які ми дослідили (але не наводимо тут).

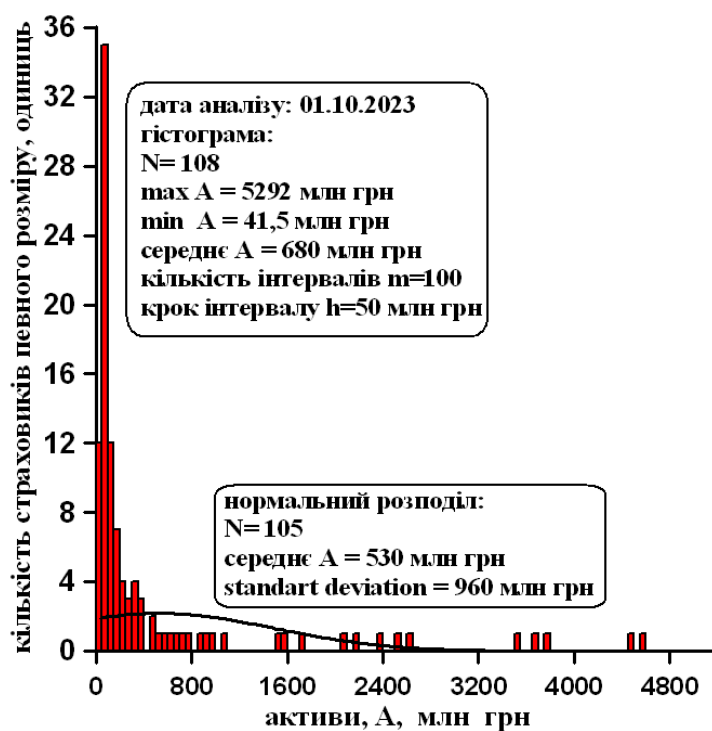
На рис. 1 видно, що на ринку є окремі великі страховики у правій частині гістограми, які суттєво вибиваються із загального ряду. Умовивід, який виникає з наведеного розгляду, є таким: існують суттєві розриви в значеннях розміру активів, тобто порушується безперервність в розмірах:

приміром, для даних у 2023 році – немає страховиків з інтервалах розмірів 2,6-3,5 млрд грн, 5,5-7 млрд грн (не показано на рис. 1б).

Характеристики отриманих розподілів не збігаються з нормальним або логнормальним розподілом. Приміром, на рис.1а подано активи для 2017 року від 0 до 1 млрд грн. Фактичні значення активів дають середнє значення  $A_{\text{ср}}=121,9$  млн грн, а величина стандартного відхилення  $\sigma=161,9$  млн грн перевищує середнє значення. Так само, на рис.1б апроксимація нормальним розподілом дає центр розподілу  $A_{\text{ср}}=530$  млн грн, а стандартне відхилення  $\sigma=960$  млн грн є більшим за середнє. Нагадаємо що для нормального розподілу існує правило 3-х сигм, коли майже всі фактичні значення знаходяться в межах 3-х стандартних відхилень від середнього [19-20]. Це означає, що наведені тут розподіли страховиків за розмірами активів не можна вважати такими, що підкоряються правилам Гібрата, а часова динаміка активів страховиків не відповідає утворенню логнормального розподілу. Отже, виконання закону Гібрата для страховиків України не можна вважати підтвердженням на основі аналізу кількості страховиків і розмірів активів.



(а)



(б)

**Рис. 1. Розподіл кількості страховиків за розмірами активів (вісь абсцис – активи А, млн грн): (а) – для 2017 року; (б) – для 2023 року**

*Джерело:* Розрахунки і побудова автора на основі даних НБУ про активи кожного страховика в період між 2015-2023 роками [17–18].

Наведені гістограми не виявляють бімодальності, що показує, що прогнозування щодо можливості утворення розподілу з двома максимумами

також не здійснюється. Можна припустити, що зона високої рентабельності для активів близько 60 млн грн, яку було детерміновано в праці Л. В. Шірінян у 2010 році, зникла або суттєво змінена [9, с.256].

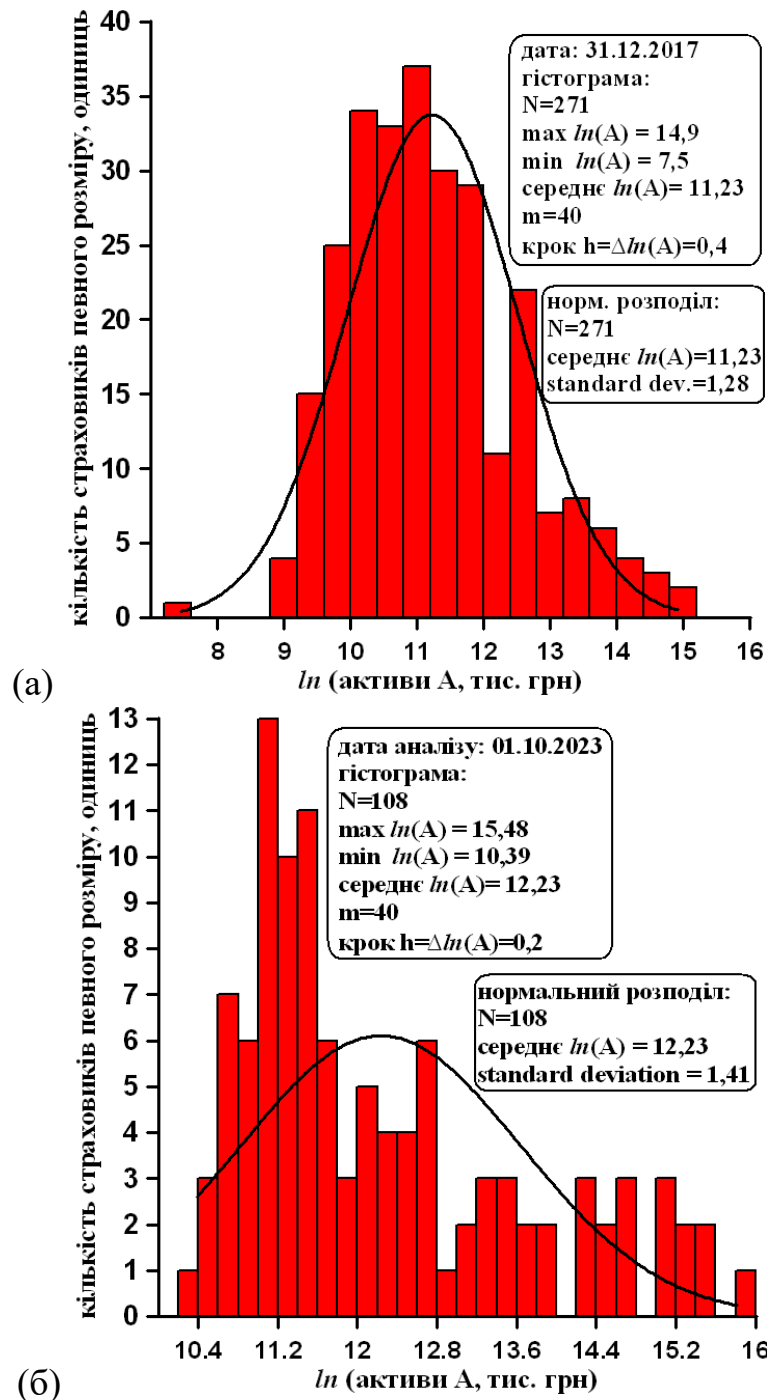
**Результати дослідження для логарифму активів.** Виконаємо додаткову перевірку емпіричних даних в логарифмічній шкалі  $X=\ln(A)$  (вісь абсис – логарифм розміру активу, вісь ординат – кількість страховиків відповідного розміру в інтервалі поділу). Тоді апроксимація нормальним розподілом в логарифмічній шкалі розмірів  $X=\ln(A)$  відповідатиме логнормальному розподілу в просторі розміру-активів  $X=A$  і також може бути підтвердженням правила Гібрата стосовно пропорційного росту. Результати такого аналізу наведено на рис. 2.

Для побудови розподілів ми поділили величини  $X=\ln(A)$  на рівномірні інтервали з кроком,  $h$ :

$$h = [\max \ln(A) - \min \ln(A)] / m . \quad (4)$$

Величини активів ми обрали у тис. грн. і порівняли емпіричні дані для 2017 і 2023 років. Приміром, для 2023 року логарифмічна шкала  $\ln(A)$  для  $m=40$  дає значення кроку  $h=0,2$  і величини  $\max \ln(A)=15,48$ ,  $\min \ln(A)=10,39$ . Середнє значення є рівним  $\ln(A)=12,23$ . Апроксимацію нормальним розподілом наведено суцільною кривою: для 2023 року середнє значення  $\mu=12,23$ , стандартне відхилення  $\sigma=1,41$ .

Візуалізація апроксимації підтверджує попередній висновок про відсутність логнормального розподілу за розмірами. Водночас, аналіз показує, що присутня тенденція наближення розподілів до логнормального типу (рис. 2).



**Рис. 2. Розподіл кількості страховиків за активами в логарифмічній шкалі  $\ln(A)$  (вісь абсцис – логарифм розміру активів, де активи у тис. грн): (а) – для 2017 року, (б) – для 2023 року. Апроксимацію нормальним розподілом суцільною кривою: (а) середнє значення  $\mu=11,23$ , стандартне відхилення  $\sigma=1,28$ ; (б) – середнє значення  $\mu=12,23$ , стандартне відхилення  $\sigma=1,41$ .**

*Джерело:* Розрахунки і побудова автора на основі даних НБУ про активи кожного страховика в період між 2015-2023 роками [17–18].

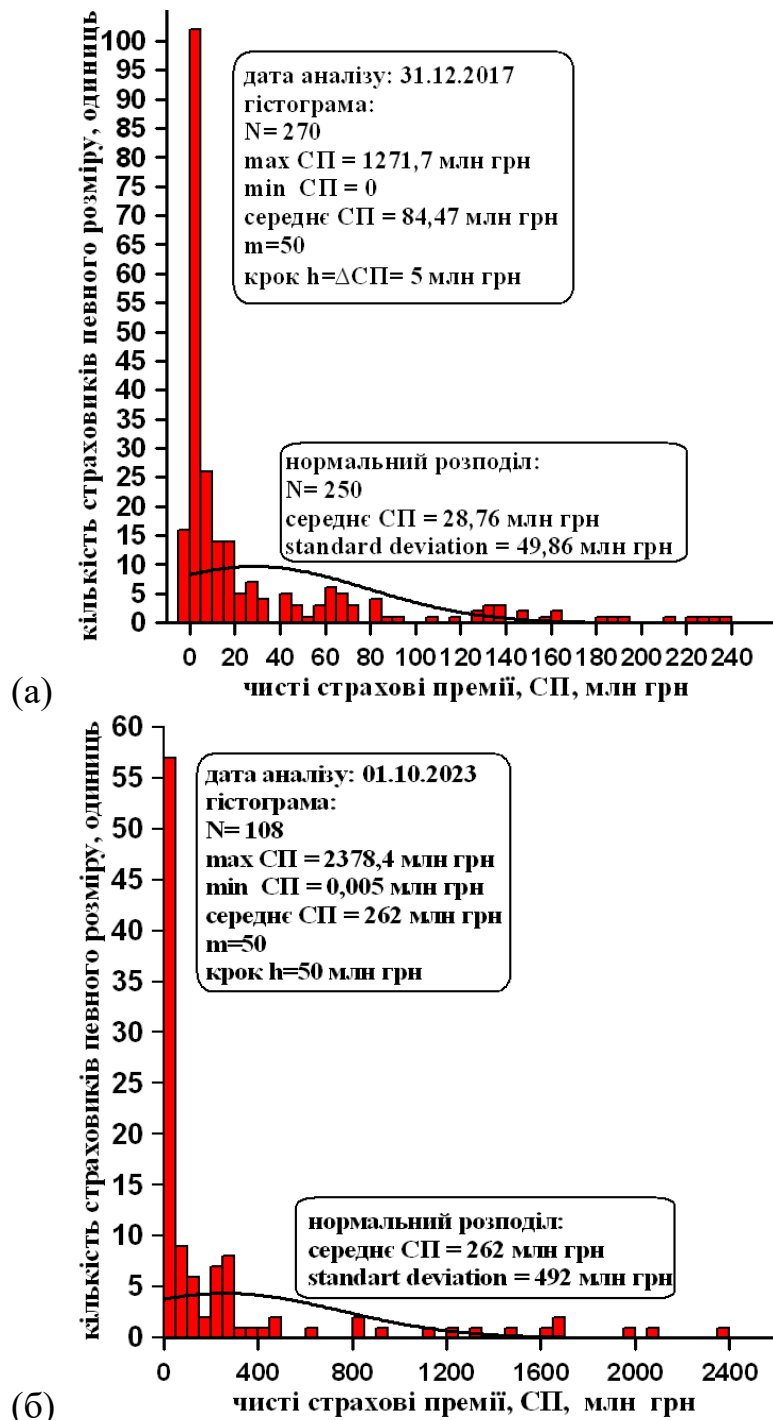
Отже, існує потенційна можливість реалізації закону Гібрата для більшості гравців на ринку. Дані для 2017 року значно краще наближені до логнормального розподілу ніж для 2023 року. Це означає, що у період до 2017 року ринкові механізми були більш притаманні ринку страхування, ніж у 2020-2023 роках. Отже, еволюція розмірів активів страховиків має ознаки випадковості на окремих часових ділянках розвитку ринку, однак в довготривалій перспективі гіпотеза Гібрата не знаходить підтвердження на макроекономічному рівні.

**Результати дослідження для страхових премій.** Для повноти опису дослідимо розподіли страховиків за доходами від основної операційної діяльності, Д, якою для страховиків є страхова діяльність. Оберемо для розрахунків одиниці вимірювання чисті страхові премії  $D=СП$  (тобто за мінусом коштів, що були передані у перестраховування), в млн грн. Впорядкуємо величини чистих страхових премій і поділимо фактичні дані на інтервали залежно від аргументу  $X=СП$ , відповідно:

$$h = [\max СП - \min СП] / m \quad (5)$$

Результати для фактичних даних наведено на рис. 3 в розрізі 2015-2023 років. Оскільки кількість страховиків щороку зменшується і в 2023 році стало близько 100, то бажано обрати кількість інтервалів  $m$  невеликою:  $m=50$ . Апроксимації фактичних кількісних гістограм нормальними розподілами наведено на рис. 3 суцільними кривими і подано відповідні легенди.

На рис. 3а для 2017 року ми побудували гістограму і апроксимацію для інтервалу премій від 0 до 240 млн грн (тобто лише для частини значень премій, де зосереджено більшість страховиків – 250). Максимальна премія у 2017 році була 1,27 млрд грн у ПрАТ «Страхова компанія «АХА Страхування». Близько 10-ти страховиків мали від’ємні значення чистих премій, тому ми замінили ці значення на нульові.



**Рис. 3. Кількісний розподіл страховиків за розмірами чистих страхових премій (вісь абсцис – чисті страхові премії, млн грн): (а) – для 2017 року, середнє значення  $\mu=28,76$  млн грн; стандартне відхилення  $\sigma=50$  млн грн, (б) – для 2023 року, де середнє значення  $\mu=262$  млн грн, стандартне відхилення  $\sigma=492$  млн грн. Апроксимації нормальними розподілами наведено всередині суцільними кривими з відповідними легендами.**

*Джерело:* Власні розрахунки і побудова автора на основі даних НБУ про доходи кожного страховика в період між 2015-2023 роками [17–18].

Середня чиста річна страхова премія у 2017 році була 84,47 млн грн. Апроксимація для зменшеного інтервалу премій для 250 страховиків

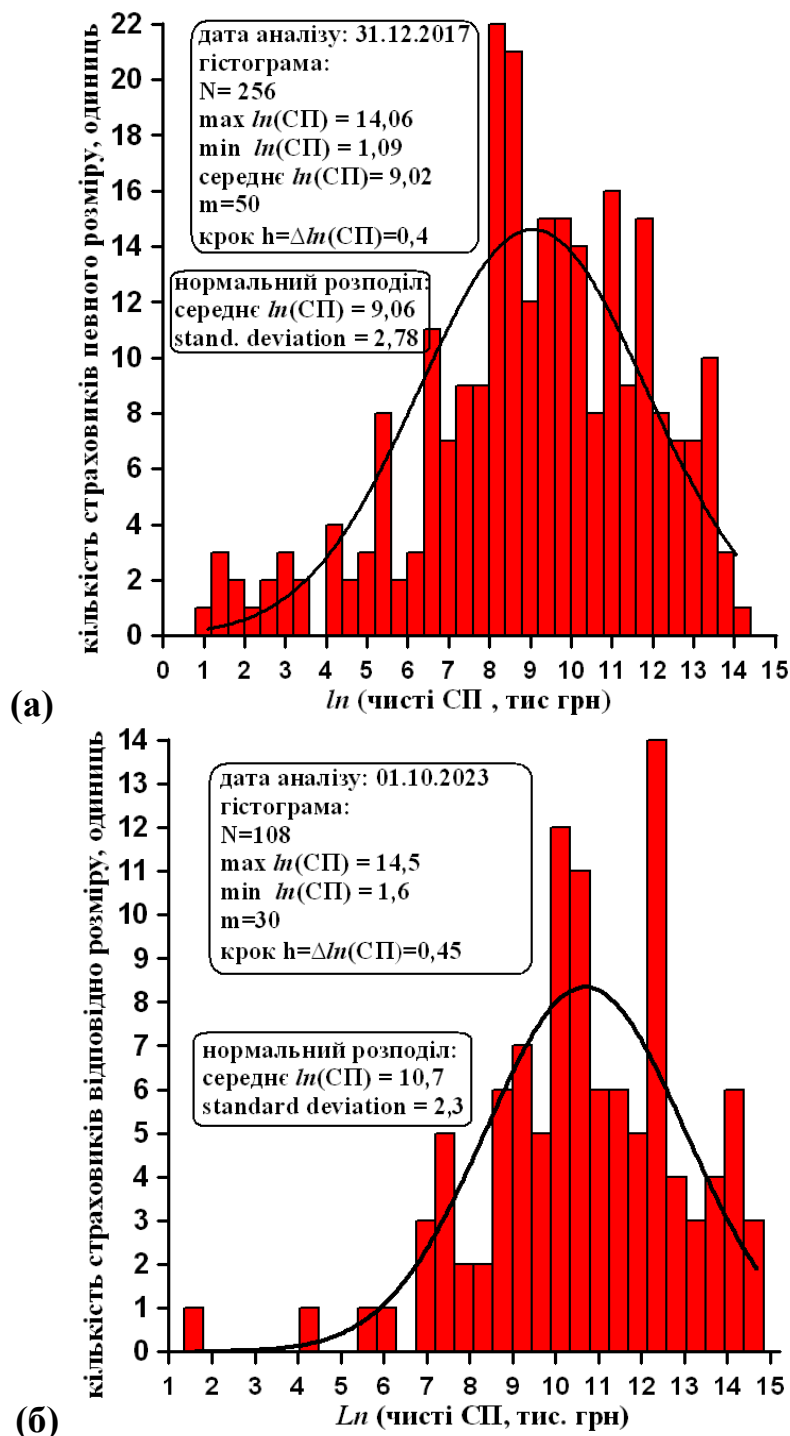
нормальним розподілом показує, що середнє квадратичне відхилення  $\sigma=49,86$  млн грн є великим порівняно з середнім СП=28,76 млн грн. Отже, в результаті аналізу встановлено, що нормальний розподіл не може пояснити наведену гістограму для 2017 року. Цей висновок також підтверджується візуальним порівнянням апроксимації та фактичних гістограм.

Перейдемо до деталізації даних на рис.3б для 2023 року. Впорядкування чистих страхових премій 108 страховиків показало, що максимальне значення досягалося  $\max \text{СП} = 2378,4$  млн грн у АТ «СК «АРКС», а мінімальне значення було  $\min \text{СП} = 4900$  грн ТДВ СК «ІНТЕХ». Гістограми побудовані для  $m=50$ ,  $h=50$  млн грн. Проведений нами детальний аналіз емпіричних даних встановив, що апроксимація-нормальний розподіл для премій у 2023 році дає середнє значення СП = 262 млн грн і стандартне відхилення  $\sigma=492$  млн грн, що перевищує середнє значення. Іншими словами, нормальний розподіл не відповідає кількісним гістограмам 2023 року, величину страхових премій не можна вважати випадковою характеристикою ринку в 2023 році. Іншими словами, правило Гібрата для чистих страхових премій не знаходить підтвердження.

**Результати дослідження для логарифму страхових премій.** На завершення аналізу ми дослідимо розподіли страховиків в просторі логарифмів страхових премій  $\ln(\text{СП})$ . Впорядкуємо величини чистих премій і поділимо фактичні дані на інтервали залежно від аргументу  $X=\ln(\text{СП})$ , відповідно:

$$h = [\max \ln(\text{СП}) - \min \ln(\text{СП})] / m \quad (6)$$

Прийmemo  $m=50$  для 2017 року і  $m=30$  для 2023 року, чисті премії СП будемо вимірювати у тисячах грн (рис.4).



**Рис. 4. Розподіли страховиків за преміями (тис. грн) в просторі логарифмів чистих страхових премій: (а) – для 2017 року з середнім значенням  $\mu=9,02$ , відхиленням  $\sigma=2,78$ , (б) – для 2023 року з середнім значенням  $\mu=10,07$ , відхиленням  $\sigma=2,3$ . Апроксимацію нормальними розподілами наведено всередині суцільними кривими разом з легендою.**

*Джерело:* Розрахунки і побудова автора основи даних НБУ про страхові премії доходи кожного страховика в період між 2015-2023 роками [17–18].

Для 2017 року отримаємо значення для гістограми:  $\max \ln(\text{СП})=14,06$ ;  $\min \ln(\text{СП})=1,09$ ; середнє  $\ln(\text{СП})=9,02$ . Для апроксимації нормальним розподілом стандартне відхилення  $\sigma=2,78$ , що є меншим ніж середнє

значення. Таким чином, за властивістю 3-х сигм майже всі страховики (256 з 270) можуть бути охоплені апроксимацією нормальним розподілом в просторі логарифмів. Візуальне порівняння також підтверджує такий висновок для 2017 року.

Для 2023 року отримаємо відповідні значення для гістограми:  $\max \ln(\text{СП})=14,5$ ;  $\min \ln(\text{СП})=1,6$ ; середнє  $\ln(\text{СП})=10,7$ . Для апроксимації нормальним розподілом стандартне відхилення становить  $\sigma=2,3$ . Отже, апроксимацію нормальним розподілом (в просторі логарифмів страхових премій) можна використовувати для аналізу ринку у 2023 році. Візуальне порівняння підтверджує такий висновок. Водночас бачимо, що емпіричні дані для 2017 року краще апроксимуються, ніж для 2023 року, що знову підтверджує попередній висновок про те, що у 2017 роках ринкові механізми зростання страхових премій краще підкорялися випадковим процесам.

Таким чином, макроекономічний аналіз показав неоднозначні результати щодо підтвердження гіпотези Гібрата пропорційного зростання:

- з одного боку, щорічні гістограми-розподіли страховиків за розмірами активів чи страхових премій не підкоряються нормальному розподілу, тому величини страхових премій чи активів не можуть вважатись випадковими і незалежними;
- з іншого боку, аналіз кількісних гістограм-розподілів в просторі логарифмів активів чи страхових премій показав, що відповідні розподіли в окремих випадках можуть бути апроксимовані логнормальними розподілами для більшості гравців на ринку (причому у 2017 році такі апроксимації були краще ніж у 2023 році), що відповідає певним випадковим процесам.

Саме тому доцільно спробувати другий спосіб перевірки правила Гібрата за допомогою мікроекономічного аналізу зростання розміру страховика.

### **Мікроекономічний опис.**

Рівняння, що описує зростання розміру окремого страховика можна записати параметризовано таким чином [14-16]:

$$\Delta \ln A_i(t) = \beta_1 \ln A_i(t-1) + \beta_0 + \varepsilon_i(t), \quad (7)$$

де дельта  $\Delta \ln A_i(t) = \ln A_i(t) - \ln A_i(t-1)$ , а коефіцієнт  $\beta_1$  визначає залежність від розміру активу (або премій). Тут позначено:  $t$  – рік, поточний період,  $t-1$  – попередній період,  $A_i(t)$  – розмір страхової компанії в поточному періоді,  $A_i(t-1)$  – розмір страховика у попередньому періоді. Показник  $\beta_0$  є сталим. Параметр  $\varepsilon_i(t)$  є випадковою величиною, незалежною від розміру  $A_i(t)$ .

Виконання правила Гібрата можна перевіряти для індексу  $\beta_1$ :

- якщо за емпіричними даними  $\beta_1=0$ , то приймається, що правило виконується;
- якщо емпіричні дані показують  $\beta_1<0$ , то це означає, що темпи зростання малих страховиків є вищими, ніж темпи зростання великих страховиків;
- якщо за емпіричними даними отримаємо  $\beta_1>0$ , тоді темпи зростання великих страховиків є вищими порівняно з малими страховиками.

**Результати мікроекономічного підходу.** Перейдемо до мікроекономічного підходу з метою визначення тенденцій щодо динаміки активів чи страхових премій страховиків. Для цього розглянемо вибірку страховиків за останні 13 років і спробуємо порівняти фактичні дані з стохастичним диференціальним рівнянням дифузії (7) в просторі розмірів з шумом.

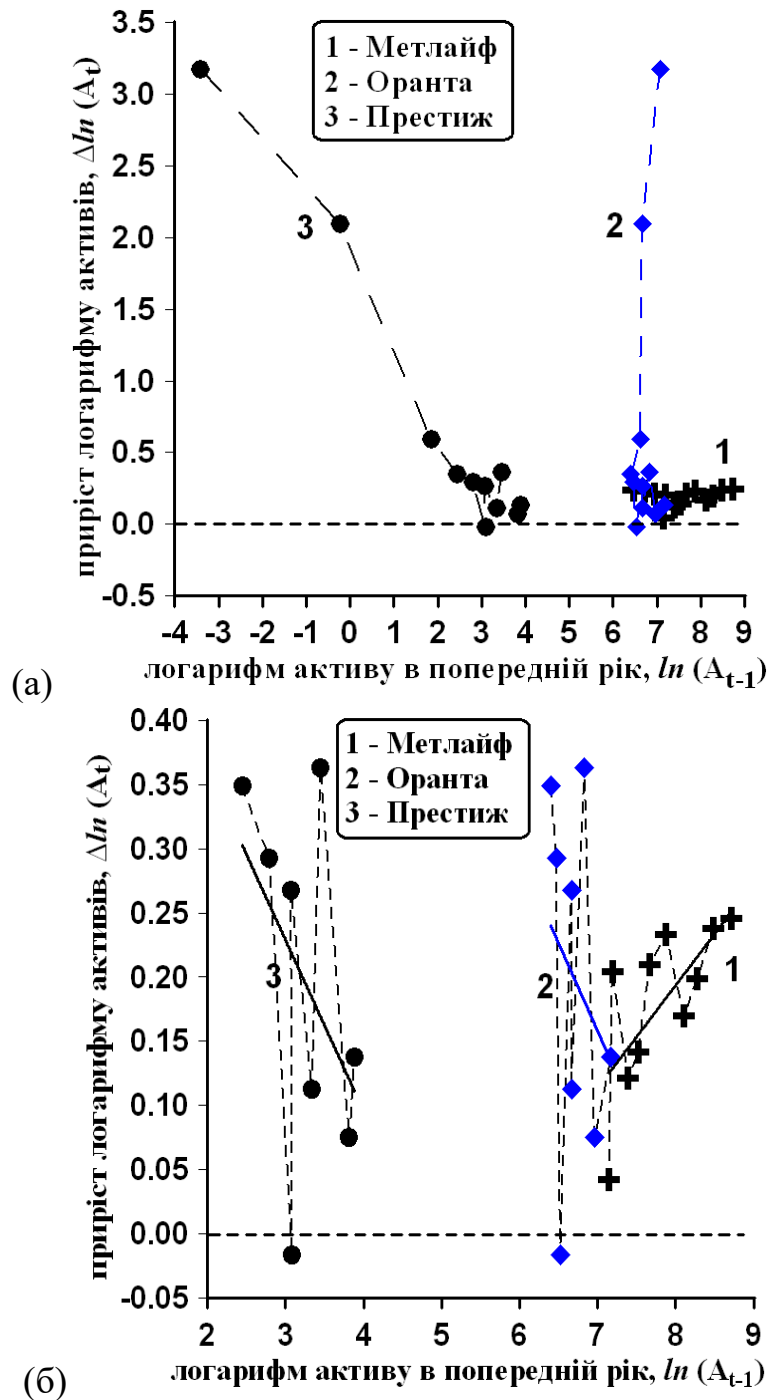
Слід зауважити, що рівняння (7) припускає дію правила Гібрата для  $\beta_1=0$ , коли приріст логарифму розміру не залежить від логарифму розміру. У такому випадку коефіцієнт  $\beta_0$  є сталою величиною, а випадковий параметр  $\varepsilon_i(t)$  може приймати як додатне так і від'ємне значення, тобто фактичний приріст  $\Delta \ln A_i(t)$  повинен коливатись навколо значення  $\beta_0$  і бути незалежним від значення  $\ln(A_{t-1})$ .

З точки зору пошуку кореляцій і апроксимацій фактичних даних кореляцій між  $\Delta \ln(A_t)$  і  $\ln(A_{t-1})$  не повинно бути, а лінії апроксимацій (якщо ми побудуємо регресійне рівняння) повинні мати малі коефіцієнти детермінації  $R^2$ .

Оберемо три страховика, що залишаються на ринку впродовж тривалого періоду аналізу 2011-2023: один страховик (що пропонує страховий захист життя) і два інших страховика (що пропонують страховий захист з ризикового страхування) різного розміру: великий і маленький. Розглянемо фактичні дані 2-х великих страховиків (1 – ПрАТ «МЕТЛАЙФ», 2 – НАСК «ОРАНТА») і одного малого за розмірами страховика (3 – ПрАТ СК «ПРЕСТИЖ»).

Проведений аналіз часової еволюції активів обраних 3-х страховиків показав, що значення і темпи змін активів є різними для різних періодів аналізу. Протягом 2010-2023 років довготривале стабільне зростання з постійним темпом зміни активів спостерігається у страховика ПрАТ «МЕТЛАЙФ», немонотонною є поведінка активів у НАСК «ОРАНТА» (зменшення значень до 2015 року з подальшим зростанням). Починаючи з 2015 року темпи зростання логарифмів наведених страховиків майже однакові, що підтверджується візуально (не наведено тут у зв'язку зі зменшенням обсягу публікації).

Виконаємо перевірку співвідношення (7) для представленої вибірки в довгостроковому періоді від 2011 по 2023 роки (рис.5).



**Рис. 5. Зв'язок приросту логарифму активів  $\Delta \ln(A_t)$  від логарифму активів  $\ln(A_{t-1})$  за попередній рік: (а) період дослідження – довготривалий 2011-2023, (б) період дослідження – 2015-2023. Пунктирна горизонтальна пряма визначає нульовий відлік  $\Delta \ln(A_t)=0$ . Прямі лінії на рис. 5б є лінійними апроксимаціями з різними показниками детермінації: 1 -  $R^2=0,48$ ; 2 -  $R^2=0,07$ ; 3 -  $R^2=0,22$ .**

*Джерело:* Розрахунки і побудова автора на основі щорічних звітних даних страховиків і НБУ [17–18; 21-23].

Ми будемо визначати дельту, тобто фактичний щорічний приріст логарифму активів страховиків  $\Delta \ln(A_t)$  для кожного року від логарифму активів  $\ln(A_{t-1})$  за відповідний попередній рік (рис.5).

Відповідні результати на рис. 5а для трьох випадків, показують, що правило Гібрата в довгостроковій перспективі не виконується для обраних страховиків: особливо це помітно для ПрАТ СК «ПРЕСТИЖ» (символ «●» і номер 3 на рис.5а) і НАСК «ОРАНТА» (символ «◆» і номер 2 на рис.5а). Приблизно постійний приріст у ПрАТ «МЕТЛАЙФ» (символ «+» і номер 1 на рис.5а), що потребує додаткового дослідження. Ми зменшили період аналізу до часового інтервалу 2015-2023 роки і виконали ще раз мікроскопічний аналіз для зменшеного періоду аналізу. Відповідні результати наведено на рис. 5б.

Як бачимо на рис. 5б, всі три випадки мають розкид значень  $\Delta \ln(A_t)$ . Випадки 2 і 3 мають широкий розкид, тому запропонувати регресійну функцію з високим коефіцієнтом детермінації  $R^2$  є неможливим: для випадку 3 показано спадну регресію з показником детермінації  $R^2=0,22$ , для випадку 2 встановлено спадну регресію з показником детермінації  $R^2=0,07$ . Якщо припустити, що кореляції відсутні (тобто в рівнянні (7) виконується умова  $\beta_1=0$ ) й на рис.5б показано певні осциляції навколо значення  $\beta_0$ , то можна оцінити приблизно показник  $\beta_0=0,2$  і вважати, що правило Гібрата виконується для випадків 2 і 3 в інтервалі часу 2015-2023.

У випадку 1 розкид значень  $\Delta \ln(A_t)$  є невисоким і можна побудувати рівняння регресії – лінійну зростаючу залежність (з показником  $\beta_1=0,08>0$  в рівнянні (7)) і коефіцієнтом детермінації  $R^2=0,48$ . Іншими словами, випадок 1 виявляє присутність розмірного ефекту: чим більшим є розмір, тим більшим є приріст розміру і правило Гібрата не діє.

Таким чином, ми отримаємо, що мікроекономічний аналіз показує можливість стохастичного характеру динаміки зростання активів страховиків в окремих випадках для недовготривалих періодів дослідження і не виявляє дію правила Гібрата для довготривалих періодів аналізу.

## **Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розробок**

В представленому дослідженні вперше виконано перевірку правила Гібрата для страхового ринку України як за допомогою макроекономічного аналізу, так і за допомогою мікроекономічного аналізу.

Встановлено нерівномірний розподіл активів і премій, порушується безперервність в розмірах: приміром, у 2023 році на ринку діяло 108 страховиків, серед яких немає надавачів послуг в інтервалах розмірів активів 2,6-3,5 млрд грн, 5,5-7 млрд грн.

Щорічні гістограми-розподіли страховиків за розмірами активів чи страхових премій не підкоряються нормальному розподілу, тому абсолютні величини страхових премій чи активів не можуть вважатись випадковими і незалежними. Розподіли страховиків в окремих випадках можуть бути апроксимовані логнормальними розподілами для більшості гравців на ринку (у 2017 році такі апроксимації були краще ніж у 2023 році), що відповідає певним випадковим процесам еволюції страхового ринку.

Перевірка правила Гібрата в рамках мікроекономічного аналізу показала, що для довготривалого періоду аналізу 2010-2023 правило Гібрата не знаходить підтвердження, для недовготривалого періоду дослідження 2015-2023 в окремих випадках є можливість стохастичного характеру динаміки зростання активів страховиків і правило Гібрата може мати місце для окремих страховиків і нетривалих періодів.

Подальші дослідження слід спрямувати на пошук статистичної кореляції зростання доходів страховиків і оптимальної рентабельності.

## Подяки

Автор висловлює подяку д.е.н. Ладі Шірінян (Національний університет харчових технологій, м. Київ) і д.ф.-м.н. Араму Шіріняну (Інститут прикладної фізики НАНУ, м. Суми) за детальне обговорення і незалежну перевірку результатів кількісних розрахунків дослідження.

## Література

1. Gibrat R. *Les Inegalite Economiques*. Paris: Librairie du Recueil Sirey, 1931. 296р.
2. Mansfield E. Entry, Gibrat's Law, Innovation, and the Growth of Firms. *American Economic Review*. 1962. Vol. 52. P. 1023-1051.
3. Calvo J.L. Testing Gibrat's Law for Small, Young and Innovating Firms. *Small Business Economics*. 2006. Vol. 26. P. 117-123.
4. Farinas J.C. and Moreno L. Firms' Growth, Size and Age: A Nonparametric Approach. *Review of Industrial Organization*. 2000. Vol. 17, No 3. P. 249–265.
5. Jovanovic B. Selection and Evolution of Industry. *Econometrica*. 1982. Vol. 50. P. 649-670.
6. Esteves L. A. A Note on Gibrat's Law, Gibrat's Legacy and Firm Growth: Evidence from Brazilian Companies. *Economics Bulletin*. .2007. Vol. 12. No 19. P. 1-7.
7. Шірінян Е. А. Особливості розвитку ринку банківських послуг України: ефект розміру банку і закон Гібрата. *Бізнес-Інформ*. 2023. № 12. С. 278-287.
8. Гетман О., Дубровський В., Черкашин В. *Порівняльний аналіз фіскального ефекту від застосування інструментів уникнення оподаткування в Україні: нові виклики*. Київ: Інститут соціально-економічної трансформації – Центр соціально-економічних досліджень «CASE Україна», 2019. 64 с.

9. Шірінян Л. В. *Фінансове регулювання страхового ринку України: проблеми теорії та практики*: [монографія]. Київ: Видавництво «Центр учбової літератури», 2014. 458 с.

10. Шірінян Л. В., Шірінян А. С., Роганова Г. О. Вплив розмірів активів страховиків на ефективність їхньої діяльності на прикладі компаній Німеччини. *Фінанси України*. 2019. № 8. С. 45-60.

11. Simon H.A., Bonini C.P. The Size Distribution of Business Firms. *American Economic Review*. 1958. Vol. 48. No 4, P. 607–617.

12. Daunfeldt S.O. and Elert N. When is Gibrat's law a law? *Small Business Economics*. 2013. Vol. 41. P. 133–147.

13. Lotti F., Santarelli E., Vivarelli M. Defending Gibrat's Law as a Long-Run Regularity. *Bonn. Germany: Institute for the Study of Labor (IZA). Discussing Papers*. April 2007. № 2744. 26 p.

14. Singh A., Whittington G. The Size and Growth of Firms. *Review of Economic Studies*. 1975. Vol. 42. No 1. P. 15–26.

15. Chen J.-R., Lu W.-C. Panel Unit Root Test of Firm Size and its Growth. *Applied Economics Letters*. 2003. Vol. 10. No 4. P. 343–345.

16. Hashemi F. Dynamics of Income Distribution - A Diffusion Analysis. *Theoretical Economics Letters*. 2011. Vol. 1. P. 33-37.

17. Національний банк України. Наглядова статистика. Показники діяльності учасників ринку небанківських фінансових послуг. URL: <https://bank.gov.ua/ua/statistic/supervision-statist> (дата звернення: 15.06.2024)

18. Національний банк України. Основні показники діяльності страхових компаній (у розрізі установ). URL: <https://bank.gov.ua/ua/statistic/supervision-statist#6> (дата звернення: 15.06.2024)

19. Вікіпедія. Нормальний розподіл. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Нормальний\\_розподіл](https://uk.wikipedia.org/wiki/Нормальний_розподіл) (дата звернення: 04.03.2024)

20. Вікіпедія. Логнормальний розподіл. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Логнормальний\\_розподіл](https://uk.wikipedia.org/wiki/Логнормальний_розподіл) (дата звернення: 04.03.2024)
21. Фінансові звіти ПрАТ «МЕТЛАЙФ». URL: <https://www.metlife.ua/about-us/reports/annual-reports/> (дата звернення: 10.05.2024)
22. Річна фінансова інформація НАСК «ОРАНТА» URL: <https://oranta.ua/info/reports-files/?order=sortOrder> (дата звернення: 10.05.2024)
23. Публічна інформація ПрАТ СК «ПРЕСТИЖ». URL: [https://prestige-ic.com.ua/ua/about/issuer\\_info/public\\_info\\_2023/](https://prestige-ic.com.ua/ua/about/issuer_info/public_info_2023/) (дата звернення: 10.05.2024)

### References

1. Gibrat, R. (1931), *Les Inegalite Economiques*, Librairie du Recueil Sirey, Paris, France.
2. Mansfield, E. (1962), “Entry, Gibrat’s Law, Innovation, and the Growth of Firms”, *American Economic Review*, vol. 52, pp. 1023-1051.
3. Calvo, J.L. (2006), “Testing Gibrat’s Law for Small, Young and Innovating Firms”, *Small Business Economics*, vol. 26, pp. 117-123.
4. Farinas, J.C. and Moreno, L. (2000), “Firms' Growth, Size and Age: A Nonparametric Approach”, *Review of Industrial Organization*, vol. 17, no. 3, pp. 249-265.
5. Jovanovic, B. (1982), “Selection and Evolution of Industry”, *Econometrica*, vol. 50, pp. 649-670.
6. Esteves, L. A. (2007), s “A Note on Gibrat's Law, Gibrat's Legacy and Firm Growth: Evidence from Brazilian Companie”, *Economics Bulletin*, vol. 12, no. 19, pp. 1-7.
7. Shirinian, E. A. (2023), “Features of the Development of the Banking Services Market of Ukraine: The Effect of Bank Size and Gibrat’s Law”, *Business-Inform*, vol. 12, pp. 278-287.

8. Getman, O., Dubrovskiy, V. and Cherkashin, V. (2019), *Porivnyal'nyy analiz fiskal'noho efektu vid zastosuvannya instrumentiv unyknennya opodatkuvannya v Ukrayini: novi vyklyky* [Comparative analysis of the fiscal effect of the use of tax avoidance tools in Ukraine: new challenges.], Institute of Socio-Economic Transformation Center of Socio-Economic Research "CASE Ukraine", Kyiv, Ukraine.

9. Shirinyan, L. V. (2014), *Finansove rehulyuvannya strakhovoho rynku Ukrayiny: problemy teorii ta praktyky* [Financial regulation of the insurance market of Ukraine: problems of theory and practice: monograph], Publishing House "Center of Educational Literature", Kyiv, Ukraine.

10. Shirinyan, L.V., Shirinyan, A.S. and Rohanova, G.O. (2019), “Influence of the size of insurers’ assets on the efficiency of their activities case of companies in Germany”, *Finance of Ukraine*, vol. 8, pp. 45-60.

11. Simon, H.A. and Bonini, C.P. (1958), “The Size Distribution of Business Firms”, *American Economic Review*, vol. 48, no. 4, pp. 607-617.

12. Daunfeldt, S.O. and Elert, N. (2013), “When is Gibrat’s law a law?”, *Small Business Economics*, vol. 41. pp. 133-147.

13. Lotti, F., Santarelli, E. and Vivarelli, M. (2007), “Defending Gibrat’s Law as a Long-Run Regularity”, Institute for the Study of Labor (IZA). *Discussing Papers*, Bonn, Germany, vol. 2744.

14. Singh, A. and Whittington, G. (1975), “The Size and Growth of Firms”, *Review of Economic Studies*, vol. 42, no. 1, pp. 15-26.

15. Chen, J.-R. and Lu, W.-C. (2003), “Panel Unit Root Test of Firm Size and its Growth”, *Applied Economics Letters*, vol. 10, no. 4, pp. 343–345.

16. Hashemi, F. (2011), “Dynamics of Income Distribution - A Diffusion Analysis”, *Theoretical Economics Letters*, vol. 1, pp. 33-37.

17. The National Bank of Ukraine (2024), “Supervisory data. Performance indicators of non-bank financial services market participants”, available at: <https://bank.gov.ua/ua/statistic/supervision-statist> (Accessed 15 June 2024)

18. The National Bank of Ukraine (2024), “The main indicators of the activity of insurance companies (in terms of institutions)”, available at: <https://bank.gov.ua/ua/statistic/supervision-statist#6> (Accessed 15 June 2024)
19. Wikipedia (2024), “Normal distribution”, available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Normal\\_distribution](https://en.wikipedia.org/wiki/Normal_distribution) (Accessed 4 March 2024)
20. Wikipedia (2024), “Log-normal distribution”, available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Log-normal\\_distribution](https://en.wikipedia.org/wiki/Log-normal_distribution) (Accessed 4 March 2024)
21. PJSC “METLIFE” (2024), “Financial reports”, available at: <https://www.metlife.ua/about-us/reports/annual-reports/> (Accessed 10 May 2024)
22. National Joint Stock Insurance Company "ORANTA" (2024), “Annual financial information”, available at: <https://oranta.ua/info/reports-files/?order=sortOrder> (Accessed 10 May 2024)
23. Public information PJSC "INSURANCE COMPANY "PRESTIGE" (2024), available at: [https://prestige-ic.com.ua/ua/about/issuer\\_info/public\\_info\\_2023/](https://prestige-ic.com.ua/ua/about/issuer_info/public_info_2023/) (Accessed 10 May 2024)

*Стаття надійшла до редакції 13.08.2024 р.*