

Електронний журнал «Ефективна економіка» включено до переліку наукових фахових видань України з питань економіки (Категорія «Б», Наказ Міністерства освіти і науки України № 975 від 11.07.2019). Спеціальності – 051, 071, 072, 073, 075, 076, 292. Ефективна економіка. 2025. № 5.

DOI: <http://doi.org/10.32702/2307-2105.2025.5.67>

УДК 336.77:519.86

С. М. Дячек,

к. е. н., доцент, доцент кафедри фінансів та цифрової економіки,

Державний університет «Житомирська політехніка»

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2061-9938>

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕРМІНІВ ПОГАШЕННЯ ПОЗИК

S. Diachek,

PhD in Economics, Associate Professor of the Department of Finance and Digital

Economy, Zhytomyr Polytechnic State University

APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELS FOR PREDICTING LOAN REPAYMENT TERMS

Стаття присвячена дослідженню можливостей застосування математичних моделей для прогнозування термінів погашення позик у фінансовій сфері. Мета дослідження – виявити ефективність різних класів математичних моделей у контексті аналізу умов кредитування та прогнозування строків виконання позичальниками зобов'язань. У ході наукового дослідження використовувалися загальнонаукові методи пізнання: аналіз і синтез, абстрагування, систематизація, моделювання, порівняльний та логічний методи. Результати дослідження показують, що застосування

математичних моделей у кредитному аналізі є важливим інструментом для встановлення умов погашення позики та прогнозування її термінів. Зокрема, моделі банківських процентів – диференційована, ануїтетна та булітна – виконують описову функцію, формалізуючи спосіб обслуговування боргу через структурування виплат основної суми та відсотків у часі. Ці моделі дозволяють чітко регламентувати порядок розрахунку платежів відповідно до типу кредитного договору. Водночас методи прогнозування термінів погашення кредитів зосереджені на аналітичному вивченні поведінки позичальника у динаміці. До таких методів належать регресійні (лінійна та логістична моделі), моделі виживаності (наприклад, модель Кокса), економетричні підходи (зокрема панельні регресії та метод узагальнених моментів – GMM), а також стохастичні та поведінкові моделі (приховані марковські процеси, марковські ланцюги, скорингові таблиці). Завдяки цим підходам досліджено вплив змінних факторів, таких як фінансовий стан позичальника, історія платежів та часові залежності, на ймовірні строки завершення кредитного договору або настання дефолту. Зроблено висновок, що саме поєднання технічних моделей нарахування відсотків із поведінковими аналітичними підходами дозволяє банкам комплексно управляти кредитними портфелями, підвищувати точність оцінки ризиків та приймати обґрунтовані рішення щодо кредитування чи реструктуризації. Практичне значення дослідження полягає у створенні підґрунтя для вдосконалення процесів управління кредитними ризиками та розробки ефективних стратегій прогнозування платоспроможності клієнтів.

The article explores the potential of using mathematical models to predict loan repayment terms in the financial sector. The aim of the study is to evaluate the effectiveness of different classes of mathematical models in analyzing loan conditions and forecasting borrowers' compliance with repayment schedules. The research applied general scientific methods of cognition: analysis and synthesis;

abstraction; systematization; modeling; comparative and logical methods. The findings demonstrate that mathematical models play a crucial role in credit analysis, offering a structured approach to determining loan repayment conditions and forecasting due dates. Specifically, models of bank interest – differentiated, annuity, and bullet – serve a descriptive purpose by formalizing debt servicing through the structuring of principal and interest payments over time. These models provide a clear framework for calculating payments in line with the type of credit agreement. At the same time, forecasting methods focus on analyzing borrower behavior over time. These include regression models (linear and logistic); survival models (such as the Cox model); econometric approaches (including panel regressions and the generalized method of moments – GMM); as well as stochastic and behavioral models (hidden Markov processes, Markov chains, scoring tables). The distinction between the two classes of models lies in their functional purpose: interest rate models regulate the technical mechanism of payment calculation, whereas predictive models analyze and forecast borrower behavior scenarios in real time. Their combination in financial practice allows banks not only to manage credit terms but also to assess risks, optimize the loan portfolio, and make informed decisions regarding loan issuance or restructuring. These approaches make it possible to assess the impact of various factors – including a borrower's financial condition, payment history, and time-based dependencies – on the probable timing of loan completion or default. The study concludes that combining technical interest accrual models with behavioral analytical approaches enables banks to manage loan portfolios comprehensively, improve risk assessment accuracy, and make well-informed decisions regarding lending or restructuring. The practical value of this research lies in laying the foundation for enhancing credit risk management processes and developing effective strategies for forecasting client solvency.

Ключові слова: кредитний аналіз, математичне моделювання, прогнозування, поведінкові моделі, фінансові розрахунки, платоспроможність.

Keywords: credit analysis, mathematical modeling, forecasting, behavioral models, financial calculations, solvency.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Багато галузей по всьому світу зазнають труднощів через проблемну заборгованість, а вартість стягнення боргів постійно зростає, що змушує компанії передавати функції стягнення боргів спеціалізованим агентствам. Індустрія стягнення боргів є надзвичайно розвиненою, а особливо у країнах з розвиненою економікою. У США сторонні агентства зі стягнення боргів щороку обслуговують понад 140 000 осіб і повертають понад 50 мільярдів доларів, здебільшого від споживачів, і майже 14% американських споживачів мали рахунок у агентстві зі стягнення боргів [8].

Кредитори володіють юридичними та інформаційними перевагами, однак обсяг доступної інформації є обмеженим. Тому прогнозування ймовірності того, що конкретний клієнт поверне борг, є складною і вкрай трудомісткою задачею. Це завдання ускладнюється тим, що велика кількість справ передається агентствам зі стягнення боргів із сектора охорони здоров'я, і через специфіку цієї галузі інформація є неповною та не містить фінансових даних. Таким чином, можливість точного прогнозування того, чи буде повернуто борг, є надзвичайно корисною для фінансових установ.

Ця стаття присвячена систематизації математичних моделей прогнозування погашення заборгованості за отриманими або потенційно-отриманими позиками.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання використання математичних моделей для прогнозування термінів погашення позик є достатньо дослідженим у зарубіжній науковій літературі. Науковці

приділяють значну увагу різноманітним підходам до моделювання, що враховують як поведінкові аспекти позичальників, так і специфіку самих кредитних продуктів. У дослідженнях акцентовано увагу на тому, що для різних типів банківських позик – споживчих, персональних, кредитів готівкою тощо – доцільно застосовувати різні математичні моделі, зокрема регресійні методи, моделі виживання (survival analysis), нейронні мережі та класифікаційні алгоритми.

Вагомий внесок у цю сферу зробив R. Anderson [3], який розглядає теоретичні основи автоматизованого управління кредитними ризиками та пропонує інструментарій для оцінювання фінансових ризиків при наданні роздрібних кредитів. У роботі J. Crook, D.B. Edelman і L.C. Thomas [4] аналізуються новітні підходи до оцінювання ризику неповернення позик на основі поведінкового скорингу. Їх дослідження акцентують на важливості вибору моделі залежно від типу кредиту, особливо при довгостроковому кредитуванні. V.S. Desai, J.N. Crook і G.A. Overstreet [5] здійснили порівняльний аналіз лінійних скорингових моделей і нейромереж у контексті кредитних спілок, де позики мають характер невеликих персональних зобов'язань із відносно коротким терміном погашення. Ці дослідження дозволили зробити висновки щодо переваг адаптивних моделей у змінному економічному середовищі.

Особливої уваги заслуговує дослідження L. Dirick, G. Claeskens і B. Baesens [6], у якому автори систематизували підходи time-to-event (тобто моделей виживання) для кредитного скорингу, які дозволяють прогнозувати не лише факт дефолту, але й час до події – затримки чи повного погашення боргу. Цей підхід виявляється ефективним у моделюванні довгострокових і автокредитів. D.J. Hand і W.E. Henley [7] розглядають статистичні методи класифікації у споживчому кредитному скорингу, підкреслюючи роль оцінки ймовірності погашення залежно від соціально-економічного профілю позичальника. M. Stepanova і L.C. Thomas [9] у своїй публікації надають приклади використання survival analysis для аналізу особистих позик,

моделюючи не тільки ймовірність дефолту, але й часову структуру погашення. У своєму огляді L.C. Thomas [10] узагальнює розвиток кредитного та поведінкового скорингу, акцентуючи увагу на прогнозуванні фінансової поведінки споживачів.

Попри вагомий доробок науковців з даної тематики, відчувається нестача систематизованого матеріалу, який би охоплював різні підходи математичного моделювання в контексті різних типів банківських позик. Новизна цього дослідження полягає саме в спробі систематизувати такі дані, класифікувати підходи за типом кредитів і створити основу для подальшого прикладного аналізу з використанням різних методів наукового пізнання.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Метою статті є розгляд математичних моделей, які зможуть застосовуватися до різних кредитних програм вітчизняних банків.

Виклад основного матеріалу дослідження. У сучасній банківській практиці комунікація з клієнтами орієнтована на спрощення фінансової термінології, що супроводжує споживання складних послуг. З цієї причини більшість кредитних пропозицій не супроводжуються вживанням термінів «ануїтетна схема», «булітна модель» чи «диференційоване погашення», натомість використовуються маркери спрощеної фінансової грамотності, такі як «рівні щомісячні платежі», «платиш лише відсотки – потім основне», або «платежі з кожним місяцем зменшуються».

Незважаючи на розмаїття назв та форматів подання, абсолютна більшість кредитних продуктів, що пропонуються фізичним і юридичним особам, математично ґрунтуються на трьох фундаментальних моделях: диференційованій, ануїтетній та булітній схемах погашення [2].

Диференційована модель (іноді в літературі позначається як класична амортизація) передбачає рівномірне погашення основної суми кредиту (тіла) протягом усього терміну кредитування. Відповідно, розмір кожного щомісячного платежу формується як сума сталої частини тіла кредиту та змінної частини нарахованих відсотків. Оскільки відсотки нараховуються на

залишок заборгованості, їх величина зменшується в часі, що призводить до поступового зменшення загального розміру платежів. Такий підхід забезпечує нижчу загальну переплату, особливо за умови дострокового погашення, проте характеризується підвищеним фінансовим навантаженням у перші періоди.

Ануїтетна схема ґрунтується на принципі фіксованого платежу, який залишається незмінним протягом усього терміну дії кредитного договору. В основі обчислення лежить ануїтетна формула, що забезпечує рівномірну амортизацію кредиту з урахуванням складного проценту. В структурі такого платежу на початкових етапах переважає відсоткова складова, тоді як частина основної суми зростає поступово. Ця модель є більш зручною для побутового планування, оскільки спрощує управління особистим бюджетом. Проте загальна сума переплати за кредитом, як правило, вища порівняно з диференційованою схемою через повільніше погашення основної суми, що обумовлює триваліше нарахування відсотків.

Булітна (або bullet loan) модель суттєво відрізняється від попередніх. Вона передбачає сплату лише відсотків упродовж всього терміну кредиту, а вся сума тіла кредиту погашається одноразово наприкінці терміну. Такий підхід знижує регулярне фінансове навантаження, що є доцільним у разі тимчасового дефіциту ліквідності або в інвестиційних проектах із відстроченим грошовим потоком. У роздрібному кредитуванні ця схема практично не застосовується через високі ризики несплати основної суми. Вона здебільшого використовується в корпоративному або проектному фінансуванні, а також у структурованих продуктах. Проведемо порівняння даних моделей у таблиці 1.

Таблиця 1. Порівняння моделей погашення банківських позик

Критерій	Диференційована	Ануїтетна	Булітна
Формула загального платежу A_t	$A_t = B + I_t$, де $B = P/n$, $I_t = (P - B(t-1)) * i$	$A = P * i(1+i)^n / (1+i)^{n-1}$	$A_t = P * i$ для $t < n$; $A_n = P + P * i$
Структура платежів	Зменшуються з часом (високі на початку)	Фіксовані платежі; частка тіла зростає, відсотків – зменшується	Регулярна сплата відсотків; тіло – наприкінці строку кредиту
Розподіл тіла кредиту	Рівномірно в кожному платежі	Зростає з часом: спочатку незначна, в кінці – вагома	Погашається повністю в останній платіж
Розподіл відсотків	Зменшуються з місяця в місяць	Зменшуються нелінійно, найбільші в перші місяці	Постійні (однакові щомісяця)
Тип математичної моделі	Лінійна (сума платежів змінна)	Нелінійна (експоненційна формула ануїтету)	Комбінована (фіксовані + фінальний платіж)
Підходить для	Кредитів з можливістю дострокового погашення; економія на відсотках	Споживчих кредитів, іпотек, з фіксованим фінансовим навантаженням	Короткострокових позик великим клієнтам, юридичним особам
Основна перевага	Мінімальна переплата за весь строк	Простота планування: платіж незмінний	Низьке щомісячне навантаження
Основний недолік	Високі перші платежі можуть бути фінансово обтяжливими	Вища загальна вартість кредиту	Ризик неспроможності погасити основну суму в останній місяць
Показник ефективної ставки	Мінімальний APR, якщо дотримано графіка	Середній APR; зростає за рахунок повільного погашення тіла	Найвищий APR

Примітки: де P – сума кредиту; n – кількість місяців; i – місячна відсоткова; ставка; A_t – платіж у місяці t ; B – частина тіла кредиту; I_t – сума відсотків у місяці t ; t – кількість днів.

Розглянемо плани погашення кредитної заборгованості з використанням даних моделей на прикладі. Клієнт звернувся до банку з метою отримати кредит у розмірі 20 000 доларів США строком на 2 роки. Процентна ставка за кредитом становить 15% річних (що відповідає приблизно 1,25% на місяць). Необхідно порівняти три основні моделі погашення кредитів:

1. Диференційована модель (Д): рівномірне погашення тіла кредиту з поступовим зменшенням відсотків.

2. Ануїтетна модель (А): рівномірний щомісячний платіж, в якому частка тіла кредиту зростає, а відсотки зменшуються з кожним місяцем.

3. Булітна модель (Б): щомісячна сплата лише відсотків, з повним погашенням тіла кредиту наприкінці терміну.

Таблиця 2 демонструє порівняння платежів за кожною з цих моделей протягом 24 місяців. У таблиці 2 відображено: тіло кредиту, відсотки, загальний платіж і залишок тіла для кожної моделі щомісяця.

Таблиця 2. Прогнозування погашення кредитної заборгованості за різними моделями

Місяць	Тіло			Відсотки			Платіж		
	Д	А	Б	Д	А	Б	Д	А	Б
1	833,3	719,7	0	250	250	250	1083,3	969,7	250
2	833,3	728,7	0	239,6	241	250	1072,9	969,7	250
3	833,3	737,8	0	229,2	231,9	250	1062,5	969,7	250
4	833,3	747,1	0	218,8	222,7	250	1052,1	969,7	250
5	833,3	756,4	0	208,3	213,3	250	1041,7	969,7	250
6	833,3	765,9	0	197,9	203,9	250	1031,2	969,7	250
7	833,3	775,4	0	187,5	194,3	250	1020,8	969,7	250
8	833,3	785,1	0	177,1	184,6	250	1010,4	969,7	250
9	833,3	794,9	0	166,7	174,8	250	1000	969,7	250
10	833,3	804,9	0	156,2	164,9	250	989,6	969,7	250
11	833,3	814,9	0	145,8	154,8	250	979,2	969,7	250
12	833,3	825,1	0	135,4	144,6	250	968,8	969,7	250
13	833,3	835,4	0	125	134,3	250	958,3	969,7	250
14	833,3	845,9	0	114,6	123,9	250	947,9	969,7	250
15	833,3	856,4	0	104,2	113,3	250	937,5	969,7	250
16	833,3	867,2	0	93,7	102,6	250	927,1	969,7	250
17	833,3	878	0	83,3	91,7	250	916,7	969,7	250
18	833,3	889	0	72,9	80,8	250	906,2	969,7	250
19	833,3	900,1	0	62,5	69,7	250	895,8	969,7	250
20	833,3	911,3	0	52,1	58,4	250	885,4	969,7	250
21	833,3	922,7	0	41,7	47	250	875	969,7	250
22	833,3	934,3	0	31,2	35,5	250	864,6	969,7	250
23	833,3	945,9	0	20,8	23,8	250	854,2	969,7	250
24	833,3	957,8	20000	10,4	12	250	843,8	969,7	20250

Окремою варіацією погашення позик, яка не належить до класичних схем, є моделі на основі денної процентної ставки (ДПС), що запропоновано АТ КБ «Приватбанк» для фінансування фізичних осіб [1]. Такий підхід застосовується переважно у споживчому мікрокредитуванні та передбачає обчислення витрат за користування кредитом в розрахунку на один день. Формула має вигляд:

$$ДПС = (ЗВК)/(ЗСК * t) * 100\%, \quad (1)$$

де: ЗВК – загальні витрати за кредитом (відсотки, комісії, страхові платежі), ЗСК – загальна сума кредиту, t – строк користування в днях.

Цей підхід є зручним для оцінки ефективної ставки та порівняння різних кредитних продуктів, однак не визначає структури платежів і не розкриває логіку погашення тіла кредиту. Як правило, в кредитах з ДПС застосовується або ануїтетна модель з денною капіталізацією процентів, або булітна модель з відстроченим погашенням основної суми.

Таким чином, у сучасній кредитній практиці диференційована, ануїтетна та булітна моделі формують три основні підходи до організації процесу погашення, що мають різні математичні властивості та прикладні переваги.

Що стосується математичного моделювання прогнозу термінів погашення кредиту, то у цьому контексті особливого значення набувають математичні моделі, які дозволяють з урахуванням сукупності чинників (зокрема доходу позичальника, розміру позики, кредитної історії, поведінкових характеристик) оцінити імовірні строки завершення кредитного договору [4]. Найпоширенішими підходами до вирішення такої задачі є регресійні моделі, моделі виживаності, а також економетричні та поведінкові моделі динамічного типу [7]. Розглянемо їх.

Регресійні моделі. Одним із базових інструментів прогнозування виступають регресійні моделі, зокрема лінійна та логістична регресія. Лінійна регресійна модель застосовується для безпосереднього передбачення кількісного значення терміну погашення (у днях або місяцях), що

представляється як функція від незалежних змінних. Наприклад, строк погашення T_i може бути змодельований як лінійна комбінація доходу D_i , суми кредиту L_i , коефіцієнта боргового навантаження H_i та випадкової похибки ε_i [10]:

$$T_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot D_i + \beta_2 \cdot L_i + \beta_3 \cdot H_i + \varepsilon_i. \quad (2)$$

У разі, якщо метою є класифікація позик за ознакою їх погашення в межах певного періоду (наприклад, 12 місяців), ефективним є використання логістичної регресії. Ймовірність того, що кредит буде погашено до визначеного терміну, розраховується за допомогою сигмоїдної функції [5]:

$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + \exp(-(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j))} \quad (3)$$

де x_j – вхідні характеристики позичальника (доходи, вік, кредитна історія тощо). Обидві моделі забезпечують високий рівень інтерпретованості, проте лінійна регресія є менш придатною для моделювання складних часових динамік.

Більш гнучким та точним підходом у контексті часової природи задачі є використання **моделей виживання**. Однією з найпоширеніших у фінансовій сфері є модель пропорційних ризиків Кокса. Вона дозволяє оцінити миттєву інтенсивність (hazard rate) завершення кредитного договору як функцію незалежних змінних, з урахуванням часу, що минув від моменту видачі кредиту [9]:

$$h(t|X) = h_0(t) \cdot \exp(\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k), \quad (4)$$

де $h_0(t)$ – базова інтенсивність (незалежна від характеристик позичальника), а x_k – предиктори, що можуть включати рівень доходу, тип погашення, тривалість кредитної історії тощо. Перевагою цієї моделі є її здатність працювати з цензурованими даними, тобто випадками, коли кредит ще не погашений на момент аналізу.

Для побудови емпіричних оцінок імовірностей погашення до певного моменту часу може застосовуватися оцінка виживання Каплана–Маєра, яка є нефункціональною оцінкою функції виживання $S(t)$, що показує частку

непогашених позик на момент часу t . Цей метод ефективно застосовується для побудови порівняльних кривих виживання в групах позичальників, класифікованих, наприклад, за рівнем доходу чи віком.

Окрім класичних статистичних моделей, у банківській практиці активно використовуються економетричні та поведінкові моделі, розглянемо їх основні завдання у табл. 3.

Таблиця 3. Статистичні моделі, що використовуються в банківській практиці для прогнозування терміну погашення заборгованості

Назва моделі	Формула	Переваги та обмеження
Поведінкове скоринг-моделювання	$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + \exp(-(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j))}$ де: x_{jt} – регулярність платежів, прострочення, частота взаємодії; Y – імовірність погашення в заданий термін.	Переваги: адаптивність до змін у поведінці позичальника; можливість моніторингу в режимі реального часу. Обмеження: потреба у великій кількості транзакційних даних; необхідність регулярного оновлення моделі.
Приховані марковські моделі (НММ) модель описує ймовірність переходу між латентними поведінковими статусами.	$P(S_t S_{t-1}),$ де S_t - стабільний, ризиковий, дефолт – приховані стани;	Переваги: виявлення прихованих фаз змін ризику; моделювання платіжних сценаріїв. Обмеження: складність інтерпретації; високі вимоги до обсягів даних та обчислювальних ресурсів.
Ланцюги Маркова	$P = p_{ij},$ де $p_{ij} = P(S_{t+1} = j S_t = i)$; S_t – спостережувані дискретні стани (наприклад: «норма», «прострочення», «погашення»).	Переваги: кількісне оцінювання переходів між станами; придатність для аналізу портфелів. Обмеження: не враховує варіативність поведінки в межах одного стану; слабка індивідуалізація моделей.
Скорингові табличні моделі (Scorecards)	$S_{core} = \sum w_j \cdot I(x_j \in \text{категорія})$ де w_j – вага для кожної категорії; x_j – атрибутивні змінні: вік, дохід, кредитна історія тощо.	Переваги: висока інтерпретованість; відповідність регуляторним вимогам. Обмеження: низька гнучкість; обмежена здатність до виявлення нетривіальних залежностей.
Динамічні регресійні моделі (панельні, GMM)	$T_{it} = \alpha + \beta_1 T_{i,t-1} + \sum \beta_j X_{ijt} + \varepsilon_{it},$ де T_{it} – прогнозований час до погашення; X_{ijt} – лагові змінні: дохід, платежі, залишок боргу.	Переваги: урахування часової залежності та трендів; придатність для довгострокового аналізу. Обмеження: потреба в панельних даних; чутливість до автокореляції та ендогенності.

Розглянемо приклад розрахунку скоринг-моделювання. Банк бажає оцінити ймовірність своєчасного погашення заборгованості для портфеля позичальників, використовуючи різні статистичні моделі. Припустимо, що один з клієнтів банку взяв кредит у розмірі 20 000 доларів строком на 2 роки (24 місяці) з річною процентною ставкою 15%. Банк має в розпорядженні наступні дані про клієнта:

- *Середня регулярність платежів: 95% (ймовірність своєчасного внесення платежу щомісяця).*

- *Середня частота прострочень: 10% (ймовірність затримки платежу).*

- *Історія взаємодії з банком (кількість контактів у місяць): 3 контакти.*

- *Середній місячний дохід клієнта: 3000 доларів.*

- *Залишок боргу на поточний місяць: 15 000 доларів.*

Формула поведінкового скоринг-моделювання має вигляд:

$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + \exp[-(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j)]}$$

- $\beta_0 = -2$ – константа моделі;
- $\beta_1 = 3$ – коефіцієнт для регулярності платежів;
- $\beta_2 = -2$ – коефіцієнт для прострочень;
- $\beta_3 = 1$ – коефіцієнт для частоти контактів;
- $\beta_4 = 0,0005$ – коефіцієнт для доходу.

Вхідні дані:

- Регулярність платежів $x_1 = 0,95$;
- Частота прострочень $x_2 = 0,10$;
- Кількість контактів $x_3 = 3$;
- Місячний дохід $x_4 = 3000$.

Підставляємо значення:

$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + \exp(-(2 + 3 \cdot 0,95 - 2 \cdot 0,10 + 1 \cdot 3 + 0,0005 \cdot 3000))} = \frac{1}{1 + \exp(-5,15)} =$$

0,994

Отримане значення дає можливість стверджувати, що ймовірність своєчасного погашення заборгованості для цього клієнта дуже висока – приблизно 99,4% кожного місяця.

Одним із важливих напрямів є поведінкове скоринг-моделювання, що дозволяє враховувати динамічну інформацію про поведінку позичальника під час дії кредитного договору. Такі моделі можуть включати змінні, що описують регулярність платежів, частоту взаємодії з банком, наявність прострочок упродовж останніх місяців тощо.

На математичному рівні ці моделі можуть реалізовуватись як регресія з часовими змінними або ж як приховані марковські моделі (Hidden Markov Models), де переходи між прихованими станами позичальника (наприклад: «стабільний платник» → «ризиковий» → «дефолт») дозволяють будувати прогнози термінів імовірного погашення чи порушення графіка.

Ще одним підходом є моделювання за допомогою ланцюгів Маркова. У цьому випадку часовий процес описується ймовірностями переходу позики з одного стану в інший (наприклад, зі стану «вчасна оплата» в «прострочення» або «повне погашення»). Такий підхід дозволяє кількісно оцінювати очікувану тривалість перебування позики у певному стані та, відповідно, прогнозувати терміни фінального погашення. На практиці також поширені скорингові моделі у вигляді табличної системи нарахування балів (scorecards) [3], де кожній категорії змінної (вік, дохід, кредитна історія) присвоюється відповідна кількість балів, а сумарна оцінка визначає імовірну тривалість погашення чи ризик затримки [6].

Таким чином, математичне моделювання термінів погашення позик може здійснюватися на основі як простих статистичних регресій, так і складних поведінкових та часових моделей. Вибір моделі залежить від типу доступних даних, цілей прогнозування, потреб у точності та

інтерпретованості, а також регуляторних вимог до пояснюваності прийняття рішень у фінансовому секторі.

Висновки та перспективи подальших розвідок у даному напрямі.
Застосування математичних моделей у кредитному аналізі є ключовим інструментом як для визначення умов погашення позики, так і для прогнозування її термінів. Моделі банківських процентів – диференційована, ануїтетна та булітна – виконують насамперед описову функцію та регламентують структуру платежів за кредитом. Їх призначення полягає у формалізації способу обслуговування боргу: розподілу основної суми та нарахованих відсотків у часі.

На відміну від цього, методи прогнозування термінів погашення зосереджені на аналітичній оцінці поведінки позичальника в динаміці. Вони включають регресійні моделі (лінійна, логістична), моделі виживаності (зокрема модель Кокса), економетричні підходи (панельні регресії, GMM), а також поведінкові та стохастичні моделі (приховані марковські процеси, ланцюги Маркова, скорингові таблиці). Ці підходи дають змогу врахувати не лише формальні параметри договору, але й характеристики позичальника, історію платежів, зміну фінансового стану та часову залежність, що дозволяє прогнозувати ймовірні строки завершення кредитного договору або ймовірність дефолту.

Отже, відмінність між двома класами моделей полягає у їх функціональному призначенні: процентні моделі регламентують технічний механізм розрахунку платежів, тоді як прогнозні моделі аналізують і передбачають поведінкові сценарії позичальника в контексті реального часу. Їхнє поєднання у фінансовій практиці дозволяє банкам не лише управляти кредитними умовами, але й оцінювати ризики, оптимізувати кредитний портфель і приймати зважені рішення щодо надання або реструктуризації позик.

Література

1. Кредит готівкою. *Приватбанк*, 2024. URL: <https://privatbank.ua/kredyty/kredyt-hotivkoyu>

2. Цимбалюк І. Схеми погашення кредиту: анuitетна, класична, булітна – що краще? *Rates*, 2024. URL: <https://rates.fm/ua-uk/credits/shemi-pogashennya-kreditu-anuyitetna-klasichna-bulitna-sho-krashe/>
3. Anderson R. The credit scoring toolkit: Theory and practice for retail credit risk management and decision automation. Oxford University Press, 2007.
4. Crook J., Edelman D.B., Thomas L.C. Recent developments in consumer credit risk assessment. *European Journal of Operational Research*, 2007, №183(3), 1447–1465. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.09.100>
5. Desai V.S., Crook J.N., Overstreet G.A. A comparison of neural networks and linear scoring models in the credit union environment. *European Journal of Operational Research*, 1996, №95(1), 24–37. URL: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00338-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00338-8)
6. Dirick L., Claeskens G., Baesens B. Time-to-event analysis for credit scoring: A review. *Journal of the Operational Research Society*, 2017, №68(6), 652–665. URL: <https://doi.org/10.1057/s41274-016-0141-z>
7. Hand D.J., Henley W.E. Statistical classification methods in consumer credit scoring: A review. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, 1997, №160(3), 523–541. URL: <https://doi.org/10.1111/j.1467-985X.1997.00078.x>
8. Investors. 2014 Annual Report & Form 10-K. [Annualreports.com](https://www.annualreports.com/HostedData/AnnualReportArchive/M/NASDAQ_MPWR_2014.pdf), 2014. URL: https://www.annualreports.com/HostedData/AnnualReportArchive/M/NASDAQ_MPWR_2014.pdf
9. Stepanova M., Thomas L.C. Survival analysis methods for personal loan data. *Operations Research*, 2002, №50(2), 277–289. URL: <https://doi.org/10.1287/opre.50.2.277.327>
10. Thomas L.C. A survey of credit and behavioural scoring: Forecasting financial risk of lending to consumers. *International Journal of Forecasting*, 2000, №16(2), 149–172. URL: [https://doi.org/10.1016/S0169-2070\(99\)00039-9](https://doi.org/10.1016/S0169-2070(99)00039-9)

References

1. Privatbank (2024), “Cash Loan”, available at: <https://privatbank.ua/kredyty/kredyt-hotivkoyu> (Accessed 05 May 2025).
2. Tsymbaliuk, I. (2024), “Loan repayment schemes: annuity, classic, bullet – which is better?”, *Rates*, available at: <https://rates.fm/ua-uk/credits/shemi->

pogashennya-kreditu-anuyitetna-klasichna-bulitna-sho-krashe/ (Accessed 05 May 2025).

3. Anderson, R. (2007), *The credit scoring toolkit: Theory and practice for retail credit risk management and decision automation*, Oxford University Press, Oxford, UK.

4. Crook, J., Edelman, D.B., & Thomas, L.C. (2007), Recent developments in consumer credit risk assessment “”, *European Journal of Operational Research*, vol. 183(3), pp. 1447–1465. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.09.100>.

5. Desai, V.S., Crook, J.N., & Overstreet, G.A. (1996), “A comparison of neural networks and linear scoring models in the credit union environment”, *European Journal of Operational Research*, vol. 95(1), pp. 24–37. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00338-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00338-8).

6. Dirick, L., Claeskens, G., & Baesens, B. (2017), “Time-to-event analysis for credit scoring: A review”, *Journal of the Operational Research Society*, vol. 68(6), pp. 652–665. <https://doi.org/10.1057/s41274-016-0141-z>.

7. Hand, D.J., & Henley, W.E. (1997), “Statistical classification methods in consumer credit scoring: A review”, *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, vol. 160(3), pp. 523–541. <https://doi.org/10.1111/j.1467-985X.1997.00078.x>.

8. Monolithic Power Systems (2014), “2014 Annual Report & Form 10-K”, available at: https://www.annualreports.com/HostedData/AnnualReportArchive/M/NASDAQ_MPWR_2014.pdf (Accessed 05 May 2025).

9. Stepanova, M., & Thomas, L.C. (2002), “Survival analysis methods for personal loan data”, *Operations Research*, vol. 50(2), pp. 277–289. <https://doi.org/10.1287/opre.50.2.277.327>.

10. Thomas, L.C. (2000), “A survey of credit and behavioural scoring: Forecasting financial risk of lending to consumers”, *International Journal of Forecasting*, vol. 16(2), pp. 149–172. [https://doi.org/10.1016/S0169-2070\(99\)00039-9](https://doi.org/10.1016/S0169-2070(99)00039-9).

Стаття надійшла до редакції 14.05.2025 р.