

Т. П. Крутоус,
к. пед. н., профектор з науково-педагогічної роботи,
Вінницький кооперативний інститут

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7367-6058>

Т. П. Гринчук,
к. е. н., доцент, в.о. завідувачки кафедри гуманітарних, економічних
та фінансово-облікових дисциплін, Вінницький кооперативний інститут

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0008-4764>

Ю. Б. Ільницька,
викладач кафедри гуманітарних, економічних
та фінансово-облікових дисциплін, Вінницький кооперативний інститут

ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0008-9961-6070>

DOI: 10.32702/2306-6814.2025.24.187

РОЛЬ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ, АНАЛІЗУ ДАНИХ ТА ІТ-ІНФРАСТРУКТУРИ У ФОРМУВАННІ ЦИФРОВИХ ДВІЙНИКІВ ПІДПРИЄМСТВ

T. Krutous,
PhD in Education, Vice-Rector for Scientific and Pedagogical Work, Vinnytsia Cooperative Institute

T. Hrynychuk,
PhD in Economics, Associate Professor, Acting Head of the Department of Humanities,
Economics, and Financial and Accounting Disciplines, Vinnytsia Cooperative Institute

Y. Ilnitska,
Lecturer of the Department of Humanities, Economics, and Financial
and Accounting Disciplines, Vinnytsia Cooperative Institute

THE ROLE OF MATHEMATICAL MODELING, DATA ANALYSIS, AND IT INFRASTRUCTURE
IN THE FORMATION OF DIGITAL TWINS OF ENTERPRISES

Стаття присвячена вирішенню актуальної проблеми суттєвого розриву між високим технологічним потенціалом цифрових двійників (ЦД) підприємств та відсутністю економічно обґрунтованих та цілісних підходів до їх практичного впровадження. Виявлено ключове протиріччя Індустрії 4.0: неможливість інтеграції різномірних даних, моделей і обчислювальних ресурсів в єдину систему, здатну до предиктивної аналітики, що безпосередньо впливає на операційну ефективність, собівартість та інноваційний розвиток бізнесу.

Комплексний підхід інтегрує три складові, кожна з яких вирішує конкретну проблему. Тришарова архітектура ЦД усуває протиріччя між фізичними та статистичними моделями за рахунок їх об'єднання, що гарантує обґрунтованість, зрозумілість і стабільність результатів. Гібридна edge-хмарна інфраструктура реалізує інтелектуальне управління обчислювальними потоками, знижуючи мережеву залежність і забезпечуючи масштабованість системи. Інтегральна модель економічної оцінки пропонує двоосьовий підхід (витрати та вигоди) для комплексного кількісного аналізу інвестиційної привабливості, виходячи за рамки звичайного ROI.

Розроблено рамку цифрових компетентностей, що охоплює технічні, аналітичні та організаційні навички, та супровідну модель поетапного навчання. У цілому запропонована методологія сприяє формуванню стійкої та дано-орієнтованої організаційної культури, підвищує якість управлінських рішень та забезпечує створення життєздатних цифрових двійників.

This article addresses the critical challenge of the significant gap between the high technological potential of enterprise digital twins (DTs) and the lack of economically justified, holistic approaches for their practical implementation. It identifies a central paradox of Industry 4.0: the current inability to integrate heterogeneous data sources, diverse models (physical, statistical, AI), and computational resources into a unified system capable of robust predictive analytics. This disconnect directly and negatively impacts key business metrics, including operational efficiency, production costs, innovation capacity, and overall business resilience.

To bridge this gap, the study proposes a comprehensive methodology built upon three interconnected pillars, each designed to solve a specific set of problems. Firstly, an innovative three-layer digital twin architecture is introduced to resolve the fundamental antagonism between high-fidelity physical models and data-driven statistical methods. By synergistically combining a physical layer, a hybrid layer and a predictive layer, this architecture ensures the physical plausibility, interpretability, and robustness of the digital twin's outputs, even in edge-case scenarios not covered by historical data.

Secondly, for effective technical deployment, a hybrid edge-cloud infrastructure is proposed. This infrastructure enables intelligent, dynamic workload distribution between local edge devices and centralized cloud resources. It effectively mitigates network bandwidth limitations and latency issues, ensures operational continuity during cloud outages, and provides the inherent scalability necessary for enterprise-wide deployment across geographically distributed facilities.

Thirdly, moving beyond simplistic financial metrics, an integral model for economic assessment is developed. This model employs a dual-axis evaluation framework, meticulously categorizing investments into Capital (CAPEX) and Operational (OPEX) expenditures, while simultaneously quantifying benefits across both operational (e.g., energy savings, reduced downtime) and strategic (e.g., increased agility, accelerated time-to-market) dimensions. This approach provides a quantitatively rigorous justification for DT investments, far exceeding the limitations of traditional Return on Investment (ROI) calculations.

Recognizing that technology alone is insufficient, the methodology culminates in a framework of digital competencies and a corresponding phased personnel training model. This human-centric component systematically develops the necessary technical, analytical, and organizational skills across the workforce, ensuring effective interaction with the digital twin at all organizational levels. Collectively, the proposed methodological approach not only facilitates the creation of viable and sustainable digital twins but also fosters a resilient, data-driven organizational culture, significantly enhancing the quality of managerial decision-making and securing a long-term competitive advantage for the enterprise.

Ключові слова: цифровий двійник, інтегрована архітектура, економічна ефективність, математичне моделювання, управлінські рішення, штучний інтелект.

Key words: digital twin, integrated architecture, economic efficiency, mathematical modeling, management decisions, artificial intelligence.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

Актуальність дослідження зумовлена суттєвою дисоціацією між технологічним потенціалом створення цифрових двійників (ЦД) підприємств та економічно обґрунтованими способами їх впровадження. В умовах розвитку Індустрії 4.0 виникає таке протиріччя: підпри-

ємства не мають інструментів для інтеграції гетерогенних даних, моделей та обчислювальних ресурсів в єдину систему, здатну до предиктивної аналітики. Ця проблема безпосередньо впливає на операційну ефективність, собівартість, інноваційний розвиток і стійкість бізнесу. Як наслідок, наукова задача полягає у формуванні цілісного методологічного підходу, що інтегрує математичний апарат, аналітику даних та архітектурні рішення для побудови життєздатних ЦД.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Огляд сучасних досліджень показує, що розвиток теорії та практики цифрових двійників відбувається в кількох основних напрямках. Технологічний аспект висвітлюється у роботі А. Кантароса, Т. Ганецоса, Е. Палліса та М. Папутсідакіса [1], які доводять ефективність складних математичних моделей (FEM, PINN) для побудови високоточних симуляцій. Прикладний потенціал ілюструє дослідження К. Вана [2], де цифрові двійники успішно застосовуються для візуалізації в освіті та дизайні. Однак організаційні виклики, зокрема опір змінам та кадровий дефіцит, що зазначено в роботі Д. Гюрдур Бру та Д. Скулінг [3], залишаються істотними бар'єрами. Відповіддю на них є розробка спеціальних підходів, таких як моделі розподілу ресурсів для міжнародних проєктів [4] та акцент на цифровій компетентності персоналу як чиннику економічної ефективності [5].

Однак, незважаючи на значний обсяг проведених досліджень, існують виклики, які ускладнюють успішне впровадження цифрових двійників. По-перше, відсутній уніфікований підхід до інтеграції різномірних моделей — фізичних, статистичних та штучного інтелекту — в єдину архітектуру, що обмежує масштабованість і адаптивність таких систем. По-друге, залишається актуальною потреба в розробці адаптивних інфраструктурних рішень, здатних забезпечити функціонування цифрових двійників у реальному часі, особливо в умовах обмеженої пропускної здатності мереж та необхідності обробки великих даних. По-третє, відсутня комплексна методологія для оцінки економічної ефективності впровадження, яка б враховувала як капітальні витрати на моделювання, аналітику та ІТ-інфраструктуру, так і майбутні операційні вигоди. Крім того, недостатньо уваги приділяється розвитку цифрової компетентності персоналу та його готовності до роботи з цифровими двійниками на всіх рівнях — від інженерів до керівників вищої ланки.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ (ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ)

Метою статті є розробка комплексного підходу до формування цифрових двійників підприємств, який інтегрує методи математичного моделювання, аналізу даних та сучасні архітектури ІТ-інфраструктури для підвищення ефективності управління та прийняття рішень.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ

У сучасній практиці побудови цифрових двійників спостерігається біполярність: з одного боку, використовуються строго детерміновані фізичні моделі, які не враховують емпіричні дані, а з іншого — методи, що ґрунтуються виключно на статистиці, які важко інтерпретувати ("чорна скринька") і які демонструють низьку стійкість за межами тренувальних даних. Основним науковим результатом дослідження є подолання цієї біполярності завдяки впровадженню інтегрованої багаторівневої архітектури. Ця архітектура забезпечує синергетичний ефект шля-

хом об'єднання моделей з потужним апаратом штучного інтелекту.

Структура запропонованої тришарової архітектури зображена на рис. 1.

Тришарова архітектура включає такі рівні:

1. Фізичний рівень

Даний рівень становить фізико-математичну основу цифрового двійника, використовуючи системи диференціальних рівнянь у часткових похідних для детермінованого опису фундаментальних природних законів, що визначають поведінку об'єкта [6–10]. Високоточне моделювання ключових процесів — від термодинаміки до гідродинаміки — досягається через чисельне розв'язання рівнянь методами скінченних елементів, об'ємів та дискретних елементів. Головна перевага цього рівня полягає у забезпеченні фізичної обґрунтованості та здатності до екстраполяції — моделювання станів, які ще не спостерігалися в реальних умовах.

2. Гібридний рівень

Як інтелектуальний зв'язок між абстрактними моделями та емпіричними даними, цей рівень формує обчислювальне ядро двійника. Архітектура PINN відрізняється від звичайних нейромереж прямим включенням фізичних законів (у формі диференціальних рівнянь) у процес оптимізації. Це забезпечує: радикальне зменшення обсягу тренувальних даних, покращену узагальнювану здатність у нестійких режимах та вбудований захист від перенавчання.

3. Прогностичний рівень

Спеціалізуючись на роботі з потоковими даними, цей рівень забезпечує оперативну аналітику та інтеграцію з операційним середовищем. Його функціонал реалізований через передові ML-методи: аналіз часових рядів для прогнозування залишкового ресурсу та аномалій, комп'ютерний зір для моніторингу стану обладнання та обробку сигналів для вібро- та акустичної діагностики. Основне завдання полягає у забезпеченні ситуаційної обізнаності через оперативне виявлення аномалій, прогнозування потенційних збоїв та моніторинг тенденцій у роботі систем.

Запропонована архітектура долає основне протиріччя сучасного моделювання між здатністю до інтерпретації та універсальністю. Вона також усуває феномен "чорної скриньки", характерний для чистих нейромереж. Це надає інженеру можливість не тільки отримувати прогноз, але й аналітично відстежувати його обґрунтування через конкретні фізичні принципи. Як приклад, аналіз перегріву системи дозволяє визначити внесок окремих компонентів теплового балансу у кінцевий результат.

Архітектура забезпечує надійне моделювання екстремальних та рідкісних явищ, включаючи аварійні ситуації та пускові режими. Для цих випадків, де історичні дані часто відсутні, модель спирається на фізичні закони, що забезпечує високу достовірність прогнозів навіть за відсутності статистичних даних. Фізична обґрунтованість результатів формує впевненість у системі серед інженерного персоналу та керівництва. Цей психологічний аспект є критично важливим для успішного впровадження систем предиктивної аналітики та прийняття на їхній основі стратегічних рішень щодо оптимізації виробництва, планування ремонтів та управління ризиками.

ТРИШАРОВА АРХІТЕКТУРА ЦИФРОВОГО ДВІЙНИКА

Багаторівнева модель, яка подолала розрив між фізичними моделями та даними

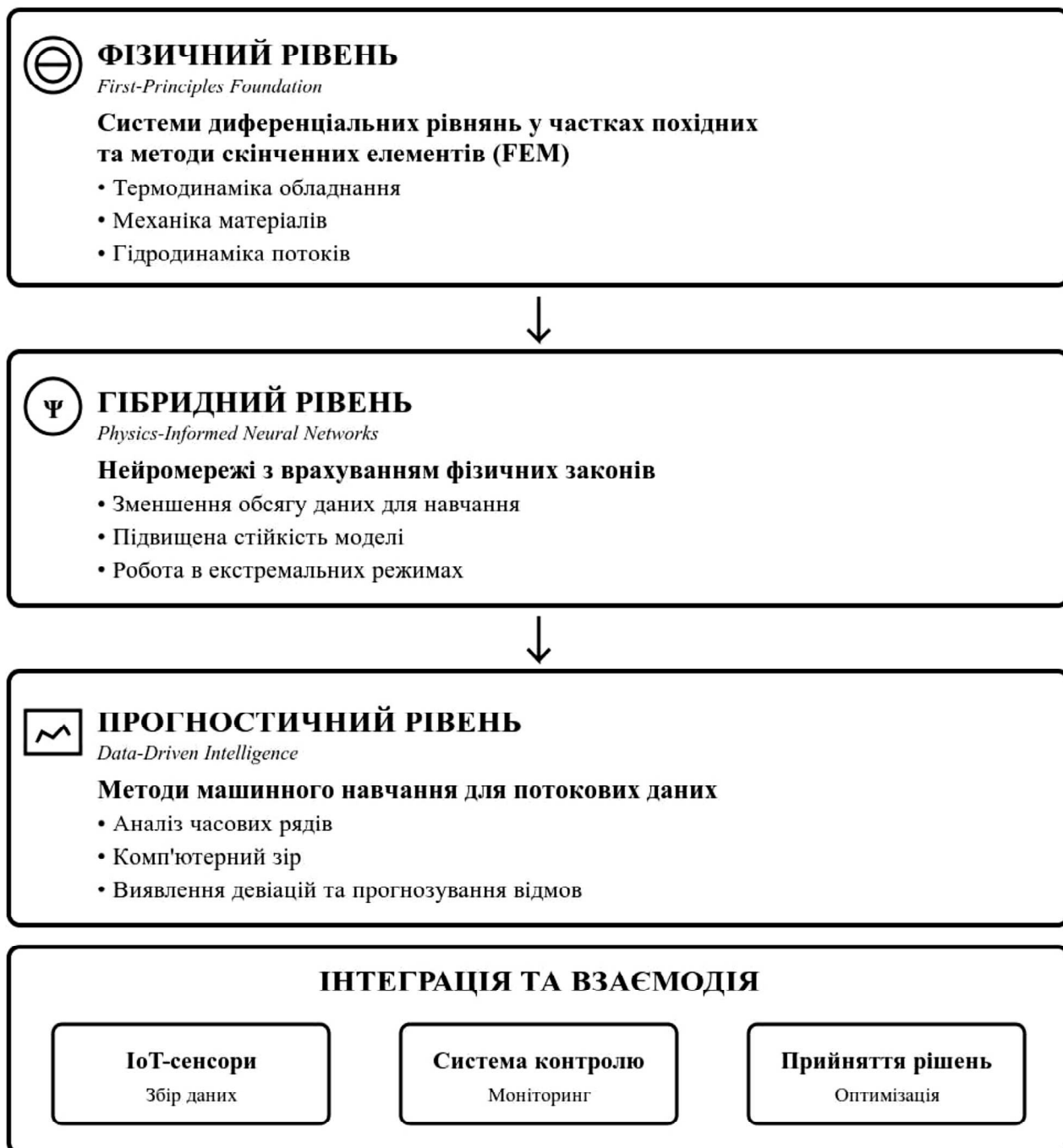


Рис. 1. Тришарова архітектура цифрового двійника

Джерело: складено автором.

Для досягнення ефективної реалізації цифрових двійників було запропоновано гібридну edge-хмарну архітектуру (рис. 2). Вона призначена для динамічного та інтелектуального розподілу навантаження і будується на основі трьох взаємозалежних рівнів.

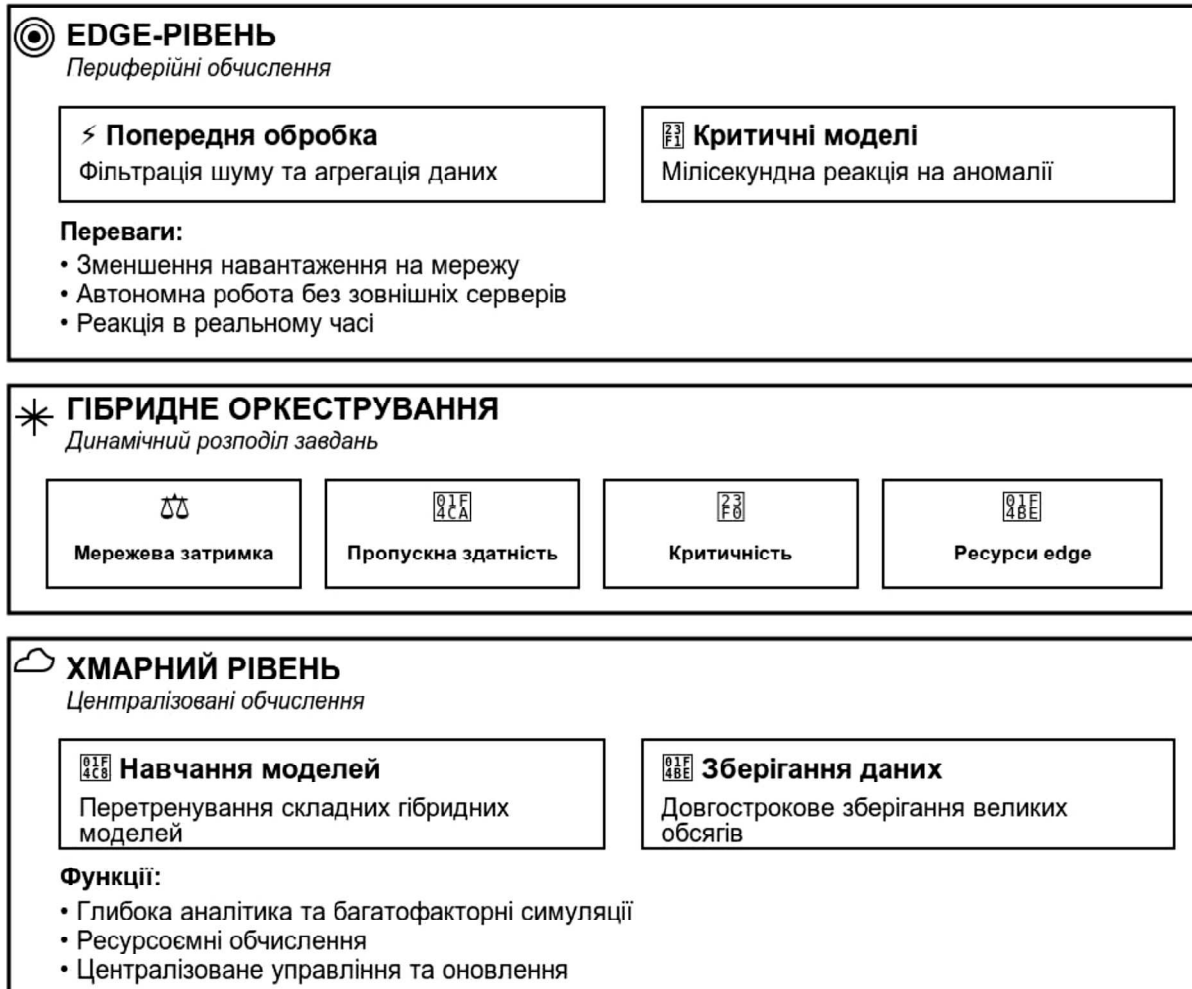
Локальний edge-рівень виконує критичні функції обробки даних безпосередньо біля джерела їх надходження. На цьому рівні здійснюється попередня обробка сигналів з IoT-сенсорів, виконання простих, але ча-

сово-критичних моделей тривоги, фільтрація шуму та первинна агрегація даних у реальному часі. Перевага цього підходу полягає в принциповому зменшенні навантаження на мережеві канали та забезпеченні швидкої реакції на аномальні події, що особливо критично для систем безпеки та контролю технологічних процесів.

На центральний хмарний рівень припадають найбільш ресурсомісткі обчислювальні операції, що

АДАПТИВНА ІТ-ІНФРАСТРУКТУРА ДЛЯ ЦИФРОВИХ ДВІЙНИКІВ

Гібридна edge-хмарна архітектура з динамічним розподілом обчислювальних навантажень



ПОТІК ДАНИХ ТА ОБЧИСЛЕНЬ



Рис. 2. Адаптивна ІТ-інфраструктура для цифрових двійників

Джерело: складено автором.

потребують значних апаратних потужностей. Тут відбувається оновлення гібридних моделей, довгострокове зберігання великих масивів історичних даних, виконання глибокої аналітики та багатофакторних симуляцій. Хмарна складова забезпечує необхідну гнучкість і масштабованість для реалізації складних алгоритмів машинного навчання та аналітичних рішень.

Система гібридного оркестрування є компонентом архітектури, що забезпечує інтелектуальне управління обчислювальними потоками. Запропонований механізм динамічного розподілу завдань між edge та хмарою враховує комплекс параметрів: поточну мережеву затримку, доступну пропускну здатність, критичність завдання та доступні обчислювальні ресурси на периферії.

Дана система забезпечує безперервний моніторинг стану інфраструктури та реалізує автоматичну оптимізацію розподілу навантаження.

Запропонована модель ефективно вирішує проблему обмеженої пропускну здатності мережі та забезпечує безперервність функціонування цифрових двійників навіть при тимчасовій відсутності зв'язку з хмарою. Архітектура демонструє високу масштабованість, оскільки дозволяє поступово нарощувати потужності як на edge-рівні шляхом додавання нових вузлів, так і в хмарному середовищі. Особливу ефективність така архітектура демонструє для розподілених підприємств зі складною логістикою даних, де необхідно обробляти інформацію з численних географічно розосереджених дже-

ІНТЕГРАЛЬНА МОДЕЛЬ ЕКОНОМІЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ

Комплексна оцінка витрат та вигод від впровадження цифрових двійників

↘ ВІСЬ ВИТРАТ

CAPEX (Капітальні витрати)**Математичні моделі**

Розробка та ліцензування

Сенсорне обладнання

Закупівля та встановлення

Мережева інфраструктура

Модернізація систем

Обчислювальні потужності

Edge-сервери, хмарні сервіси

OPEX (Операційні витрати)**Технічне обслуговування**

Підтримка інфраструктури

Енергоспоживання

Витрати на електроенергію

Підписки на ПЗ

Програмне забезпечення, хмарні платформи

Зарплата фахівців

Підтримка та розвиток моделей

↗ ВІСЬ ВИГОД

ОПЕРАЦІЙНІ ВИГОДИ

Прямий кількісний вимір

Зниження витрат на енергоносії

Оптимізація споживання

Зменшення витрат на ремонти

Планові та аварійні

Скорочення втрат і браку

Підвищення якості продукції

Оптимізація логістики

Витрати на запаси та доставки

СТРАТЕГІЧНІ ВИГОДИ

Оцінка методом АНР

Прискорення виведення продукту

Віртуальне тестування

Гнучкість виробництва

Підвищення адаптивності

Зменшення ризиків

Операційні та репутаційні

Рис. 3. Інтегральна модель економічної ефективності

Джерело: складено автором.

рел. Додатковою перевагою є зниження операційних витрат за рахунок оптимізації використання мережевих ресурсів та зменшення обсягів переданих даних.

Традиційний підхід до визначення ROI є недостатнім для обґрунтування інвестицій у цифрові двійники. Натомість запропоновано інтегральну модель оцінки економічної ефективності, яка ґрунтується на двох взаємопов'язаних осях оцінки (рис. 3).

Вісь витрат в даній моделі, що охоплює капітальні та операційні витрати, передбачає їх детальну та систематизовану класифікацію. CAPEX (капітальні витрати) охоплює одноразові інвестиції у розробку та ліцензування математичних моделей, закупівлю та встановлення сенсорного обладнання і IoT-пристроїв, модернізацію мережевої інфраструктури для підтримки великих потоків даних, а також придбання обчислювальних потужностей (edge-сервери, хмарні сервіси, системи зберігання даних). OPEX (операційні витрати) включає постійні витрати на технічне обслуговування інфраструктури, енергоспоживання обчислювальних систем та сенсорних мереж, щорічні підписки на програмне забезпечення та хмарні платформи, а також фонд оплати праці фахівців з підтримки та розвитку моделей (дата-сценістів, інженерів з машинного навчання, IT-фахівців).

Вісь вигод, що охоплює операційні та стратегічні аспекти, інтегрує як прямі, так і довгострокові позитивні ефекти. Операційні вигоди піддаються прямо-

му кількісному виміру та включають: зниження витрат на енергоносії за рахунок оптимізації режимів роботи обладнання, зменшення вартості планових та аварійних ремонтів через предиктивне обслуговування, скорочення виробничих втрат і браку шляхом покращення контролю якості, оптимізацію витрат на логістику та запаси завдяки точному прогнозуванню попиту. Стратегічні вигоди хоча й важче піддаються точному виміру, мають вирішальне значення для довгострокової конкурентоспроможності: прискорення виведення нового продукту на ринок за рахунок віртуального тестування та симуляцій, підвищення гнучкості та адаптивності виробництва до змін ринкового попиту, зменшення операційних та репутаційних ризиків через запобігання аварійним ситуаціям. Для кількісної оцінки цих факторів запропоновано використовувати метод аналізу ієрархій (АНР), який дозволяє через експертні оцінки визначити вагомість кожного стратегічного фактора та інтегрувати їх у загальну модель ефективності.

Цей підхід дозволяє не лише точно оцінити прямі фінансові показники, але й кількісно обґрунтувати стратегічні переваги, що є критично важливим для прийняття рішень про інвестування в цифрові трансформації. Модель забезпечує комплексний погляд на економічну доцільність проекту, враховуючи як короткострокові фінансові результати, так і довгострокові конкурентні переваги.

МОДЕЛЬ ПОЕТАПНОГО НАВЧАННЯ ПЕРСОНАЛУ



Рис. 4. Модель поетапного навчання персоналу

Джерело: складено автором.

З метою інтеграції необхідних цифрових компетентностей у процес впровадження цифрових двійників було створено спеціальну рамку. Вона ґрунтується на розумінні визначальної ролі людського фактору та складається з трьох взаємопов'язаних рівнів. Технічні компетентності формують фундамент ефективної роботи з цифровими двійниками і включають: практичні вміння роботи з даними (збір, очищення, валідація та попередній аналіз), розуміння основних принципів математичного моделювання, засвоєння базових концепцій роботи ключових технологій (інтернету речей, хмарних обчислень, штучного інтелекту), а також обов'язкові знання з основ кібербезпеки для забезпечення захисту даних і систем. Аналітичні компетентності спрямовані на ефективне використання інформації, що генерується цифровим двійником, і охоплюють: здатність коректно інтерпретувати результати симуляцій та прогнози моделей, критично оцінювати отримані дані,

приймати обґрунтовані управлінські рішення на основі аналітики, а не лише інтуїції, а також уміння формулювати точні та коректні запити до системи для отримання необхідної інформації. Організаційні компетентності забезпечують інтеграцію цифрового двійника в організаційну структуру підприємства і включають: навички ефективної роботи в міжфункціональних командах, що об'єднують фахівців різних профілів (інженерів, аналітиків, менеджерів), здатність до адаптації в умовах технологічних змін та постійного навчання, а також глибоке розуміння бізнес-процесів підприємства в цілому для ефективної інтеграції цифрового двійника в операційну діяльність [11—15].

Для практичної реалізації цієї рамки запропоновано модель поетапного навчання персоналу, яка тісно синхронізована з етапами впровадження цифрового двійника (рис. 4). Ця модель передбачає послідовний перехід від базової цифрової грамотності на початко-

вому етапі до спеціалізованих просунутих курсів з інтерпретації специфічних моделей та роботи з аналітичними інструментами на етапі повноцінної експлуатації системи.

Запропонована модель усуває основну проблему недовикористання технологій через низьку кваліфікацію персоналу. Вона визнає інвестиції в людський капітал рівноцінними вкладенням у техніку та ПЗ, що забезпечує стійкість організації, формує культуру, орієнтовану на дані, та підвищує якість управлінських рішень на всіх рівнях.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ДАНОМУ НАПРЯМІ

Проведене дослідження довело ефективність запропонованого комплексного підходу до створення цифрових двійників підприємств. Розроблена методологія інтегрує тришарову архітектуру моделювання, що поєднує фізичний, гібридний та прогностичний рівні, адаптивну edge-хмарну інфраструктуру, інтегральну модель економічної оцінки та рамку цифрових компетентностей персоналу.

Наукова новизна дослідження полягає у подоланні фундаментальної біполярності між детермінованими фізичними моделями та статистичними підходами. Запропонований підхід дозволяє створити цілісну методологію інтеграції гетерогенних даних, моделей та обчислювальних ресурсів в єдину функціональну систему.

Що стосується перспектив подальших досліджень, то наступним етапом розвитку цифрових двійників є створення когнітивних систем, які завдяки інтеграції штучного інтелекту зможуть автономно навчатися та адаптуватися до змін у реальному часі. Паралельно необхідно вирішити питання міжгалузевої стандартизації через розробку єдиних протоколів, що забезпечать сумісність цифрових двійників різних виробників.

Значний потенціал має дослідження квантово-гібридних обчислень для оптимізації складних багатопараметричних моделей, що обіцяє революційне підвищення точності та швидкості моделювання. Разом з тим набуває актуальності розробка етично-регуляторної рамки для управління даними, яка гарантуватиме дотримання норм конфіденційності та безпеки.

Окремий напрям досліджень має стосуватися формування цифрових екосистем — взаємопов'язаних мереж цифрових двійників, спрямованих на оптимізацію ланцюгів поставок і міжкорпоративної взаємодії. Це створить передумови для нового етапу цифрової трансформації промисловості та розвитку інтелектуальних виробничих систем, що відкриває нові горизонти для цифрової економіки в цілому.

Література:

1. Kantaros A., Ganetsos T., Pallis E., Papoutsidakis M. From Mathematical Modeling and Simulation to Digital Twins: Bridging Theory and Digital Realities in Industry and Emerging Technologies. *Applied Sciences*. 2025. Vol. 15. URL: <https://www.mdpi.com/2076-3417/15/16/9213> (дата звернення: 25.11.2025).

2. Wang K. A Theoretical Analysis Method of Spatial Analytic Geometry and Mathematics under Digital Twins. *Advances in Civil Engineering*. 2021. Vol. 1. URL: <https://www.mckinsey.com/capabilities/people-and-organizational-performance/our-insights/the-state-of-organizations-2023> (дата звернення: 25.11.2025).

3. Gurdur Broo D., Schooling J. Digital twins in infrastructure: definitions, current practices, challenges and strategies. *International Journal of Construction Management*. 2021. Vol. 23, P. 1254—1263. URL: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/15623599.2021.1966980> (дата звернення: 25.11.2025).

4. Крамської Д., Глізнуца М., Соболев Р., Крамської О. Інформаційні системи як інструмент ефективного управління проєктами в цифровій економіці. *Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут" (економічні науки)*. 2025. № 3. С. 54—60.

5. Мехович С. А., Труш Є. В. Організаційно-економічні аспекти трансформації конструкторської діяльності під впливом процесів діджиталізації. *Енергозбереження. Енергетика. Енергоаудит*. 2025. № 8 (211). С. 151—174.

6. Кусій М. І., Крутоус Т. П., Матяш А. Д. Сучасні виклики у навчанні математики в контексті цифрової трансформації вищої освіти. *Наукові записки*. 2025. Випуск 160. С. 112—120.

7. Крутоус Т. П. Використання математичного апарату у виробничих процесах. Інституціональне забезпечення розвитку споживчого ринку регіону: матеріали міжнародної науково-практичної конференції викладачів та практичних працівників, Вінниця, 22 квітня 2020 р. Вінниця, 2020. С. 13—16.

8. Гусак Л.П., Левчук О.В., Гринчук Т.П. Значення комп'ютерної математики у формуванні цифрових компетентностей майбутніх економістів. *Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво*. 2023. Вип. 52. С. 71—76.

9. Гринчук Т. П., Ціхановська А. М., Чичкалюк Д. О. Удосконалення методик фінансового планування в системі фінансової безпеки підприємства. *Приазовський економічний вісник*. 2021. № 1 (24).

10. Гусак Л.П., Радзіховська Л.М., Гринчук Т.П. Використання середовища geogebra в математичній підготовці студентів економічних спеціальностей. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методи навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: збірник наукових праць. 2023. Вип. 70. С. 24—34.

11. Крутоус Т. П., Крутоус О. М. Особливості впровадження штучного інтелекту в освітньому процесі закладу вищої освіти. *Освіта, наука і практика: інноваційні підходи до вирішення глобальних викликів: матеріали міжнародної науково-практичної конференції, м. Вінниця, 30 квітня 2025 року*. Вінниця, 2025. С. 51—53.

12. Крутоус Т. П. Застосування технології Web-квеста у навчанні вищої математики. *Проблеми математичної освіти: виклики сучасності (2020): матеріали міжнародної науково-методичної Інтернет-конференції*, Вінниця, 2020. С. 84—86.

13. Ільніцька Ю. Б., Медведська В. Б. Інноваційні підходи до професійної підготовки фахівців в умовах

цифрової трансформації суспільства. Виклики та тенденції шляхи розвитку освіти та технологій в Україні та світі: матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції, ВСП "Сумський фаховий коледж Національного університету харчових технологій", 14.05.2025 р. С. 52—56.

14. Ільницька Ю. Б. Інтеграція технологій штучного інтелекту в сучасних освітніх практиках. Освіта, наука і практика: інноваційні підходи до вирішення глобальних викликів: матеріали міжнародної науково-практичної конференції, м. Вінниця, 30 квітня 2025 року. Вінниця, 2025. С. 47—49.

15. Іlnitska Yulia, Medvedska Victoria. Innovations in computer science education through blockchain technology. Mathematics and Informatics in Science and Education: Challenges of Modernity: V International Scientific Internet Conference, Vinnytsia, 2025. P. 85-89.

References:

1. Kantaros, A., Ganetsos, T., Pallis, E., and Papoutsidakis, M. (2025), "From Mathematical Modeling and Simulation to Digital Twins: Bridging Theory and Digital Realities in Industry and Emerging Technologies", *Applied Sciences*, vol. 15, available at: <https://www.mdpi.com/2076-3417/15/16/9213> (Accessed 25 November 2025).

2. Wang, K. (2021), "A Theoretical Analysis Method of Spatial Analytic Geometry and Mathematics under Digital Twins", *Advances in Civil Engineering*, vol. 1, available at: <https://www.mckinsey.com/capabilities/people-and-organizational-performance/our-insights/the-state-of-organizations-2023> (Accessed 25 November 2025).

3. Gurdur Broo, D. and Schooling, J. (2021), "Digital twins in infrastructure: definitions, current practices, challenges and strategies", *International Journal of Construction Management*, vol. 23, pp. 1254—1263, available at: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/15623599.2021.1966980> (Accessed 25 November 2025).

4. Kramskoi, D., Gliznutsa, M., Sobol, R., and Kramskoi, O. (2025), "Information systems as a tool for effective project management in the digital economy", *Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu "Kharkivskiy politekhnichnyy instytut" (ekonomichni nauky)*, vol. 3, pp. 54—60.

5. Mekhovych, S.A. and Trush, Ye.V. (2025), "Organizational and economic aspects of the transformation of design activities under the influence of digitalization processes", *Enerhozberezhennia. Enerhetyka. Enerhodyt*, vol. 8 (211), pp. 151—174.

6. Kusii, M.I., Krutous, T.P., and Matiash, A.D. (2025), "Modern challenges in teaching mathematics in the context of digital transformation of higher education", *Naukovi zapysky*, vol. 160, pp. 112—120.

7. Krutous, T.P. (2020), "Use of Mathematical Apparatus in Production Processes", *Materialy mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii vykladachiv ta praktychnykh pratsivnyk "Instytutsionalne zabezpechennia rozvytku spozhyvchoho rynku rehionu"* [Proceedings of the International Scientific-Practical Conference of Teachers and Practitioners "Institutional Support for the

Development of the Consumer Market of the Region"], Vinnytsia, Ukraine, pp. 13—16.

8. Husak, L.P., Levchuk, O.V., and Hrynychuk, T.P. (2023), "The Value of Computer Mathematics in Forming Digital Competencies of Future Economists", *Kompiuterno-intehrovani tekhnolohii: osvita, nauka, vyrobnytstvo*, vol. 52, pp. 71—76.

9. Hrynychuk, T.P., Tsikhanovska, A.M., and Chychkaliuk, D.O. (2021), "Improvement of Financial Planning Methodologies in the System of Financial Security of an Enterprise", *Pryazovskyi ekonomichnyi visnyk*, vol. 1 (24).

10. Husak, L.P., Radzikhovska, L.M., and Hrynychuk, T.P. (2023), "The Use of the GeoGebra Environment in the Mathematical Training of Economics Students", *Suchasni informatsiini tekhnolohii ta innovatsiini metodyky navchannia v pidhotovtsi fakhivtsiv: metodolohiia, teoriia, dosvid, problemy: zbirnyk naukovykh prats*, vol. 70, pp. 24—34.

11. Krutous, T.P. and Krutous, O.M. (2025), "Peculiarities of Implementing Artificial Intelligence in the Educational Process of a Higher Education Institution", *Materialy mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii "Osvita, nauka i praktyka: innovatsiini pidkhody do vyrishennia hlobalnykh vyklykiv"* [Proceedings of the International Scientific-Practical Conference "Education, Science and Practice: Innovative Approaches to Solving Global Challenges"], Vinnytsia, Ukraine, pp. 51—53.

12. Krutous, T.P. (2020), "Application of Web-Quest Technology in Teaching Higher Mathematics", *Materialy mizhnarodnoi naukovo-metodychnoi Internet-konferentsii "Problemy matematychnoi osvity: vyklyky suchasnosti (2020)"* [Proceedings of the International Scientific-Methodological Internet Conference "Problems of Mathematical Education: Challenges of Modernity (2020)"], Vinnytsia, Ukraine, pp. 84—86.

13. Іlnitska, Yu.B. and Medvedska, V.B. (2025), "Innovative Approaches to Professional Training of Specialists in the Conditions of Digital Transformation of Society", *Materialy III Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi konferentsii "Vyklyky ta potentsiini shliakhy rozvytku osvity ta tekhnolohii v Ukraini ta sviti"* [Proceedings of the III All-Ukrainian Scientific-Practical Conference "Challenges and Potential Ways of Development of Education and Technologies in Ukraine and the World"], Sumy, Ukraine, pp. 52—56.

14. Іlnitska, Yu.B. (2025), "Integration of Artificial Intelligence Technologies in Modern Educational Practices", *Materialy mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii "Osvita, nauka i praktyka: innovatsiini pidkhody do vyrishennia hlobalnykh vyklykiv"* [Proceedings of the International Scientific-Practical Conference "Education, Science and Practice: Innovative Approaches to Solving Global Challenges"], Vinnytsia, Ukraine, pp. 47—49.

15. Іlnitska, Y. and Medvedska, V. (2025), "Innovations in computer science education through blockchain technology", *Mathematics and Informatics in Science and Education: Challenges of Modernity: V International Scientific Internet Conference*, Vinnytsia, Ukraine, pp. 85—89.

Стаття надійшла до редакції 28.11.2025 р.